Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Методы АС-магнитометрии

Лабораторный практикум

Москва 2025

УДК 621.317.4:537.6/.8(076.5)
ББК 31.222:22.33я7
М 54

Методы АС-магнитометрии: *Лабораторный практикум*. М.: НИЯУ МИФИ, 2024. 80 с.

Авторы: А.В. Богач (Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН), А.А. Иванов (НИЯУ МИФИ), А.В. Кузнецов (НИЯУ МИФИ), А.И. Подливаев (НИЯУ МИФИ).

Цикл лабораторных работ посвящен применению магнитометрии для изучения физических эффектов, возникающих в низкочастотном электромагнитном поле в металлах, магнетиках и сверхпроводниках. Цель работ — изучение методов АС-магнитометрии, экспериментальное исследование сверхпроводящего перехода в лентах из высокотемпературного сверхпроводника $GdBa_2Cu_3O_{7-x}$, скин-эффекта в меди и магнитных фазовых переходов в диспрозии, а также определение физических параметров исследуемых материалов из экспериментальных данных. Обсуждаются критическое состояние сверхпроводящих лент, удельное сопротивление и глубина проникновения электромагнитного поля в металлах, антиферромагнитный и ферромагнитный переходы фаз в редкоземельных металлах.

Издание предназначено для аспирантов, студентов магистратуры и старшего курса бакалавриата, обучающихся по направлению 1.3.8 «Физика конденсированного состояния вещества» специальности 03.06.01 «Физика и астрономия».

Рецензенты:
канд. физ.-мат. наук, доц. А.Э. Применко
(Московский государственный технический университет
им. Н.Э. Баумана);
канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр. А.Д. Божко
(Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН)

ISBN 978-5-7262-3118-1

© Национальный исследовательский
ядерный университет «МИФИ», 2025

Лабораторная работа 1

АС-магнитометрия

Цель: освоение методики АС-магнитометрии, компенсация измерительной схемы, регистрация нулевой линии магнитометра в диапазоне температур 80–300 К.

1.1. Методика измерений

Метод *АС-магнитометрии* заключается в измерении напряжения, появляющегося на астатической паре катушек, помещенных в переменное магнитное поле, когда в одной из них находится исследуемый образец. *Астатическую пару* образуют две одинаковые катушки индуктивности, включенные навстречу друг другу, т. е. имеющие разные направления намотки. ЭДС индукции, $V_{\pm} = (\mathbf{S}_{\pm}/c)(d\mathbf{B}/dt)$, возникающие в таких катушках в переменном однородном магнитном поле $\mathbf{B}(\omega t) = \mathbf{h}\cos\omega t$, взаимно компенсируют друг друга, так как площади их сечения $S_{\pm}$ одинаковы, а векторы нормали сечений, задаваемые по правилу буравчика в направлении намотки, взаимно противоположны. Здесь c — скорость света, $\mathbf{h}$ — напряженность поля, а знаками «плюс» и «минус» обозначены катушки. Когда в одну из катушек помещают образец, наведенная полем намагниченность $\mathbf{m}_{\omega}(\omega t)$ изменяет индукцию поля, $\mathbf{B} = \mathbf{h}\cos\omega t + 4\pi\mathbf{m}_{\omega}$, поэтому на катушках появляется напряжение $V_{\omega} = V_{+} + V_{-} \propto M_{\omega}$, пропорциональное *наведенному* магнитному моменту образца $\mathbf{M}_{\omega} = v\mathbf{m}_{\omega}$, где v — объем образца.

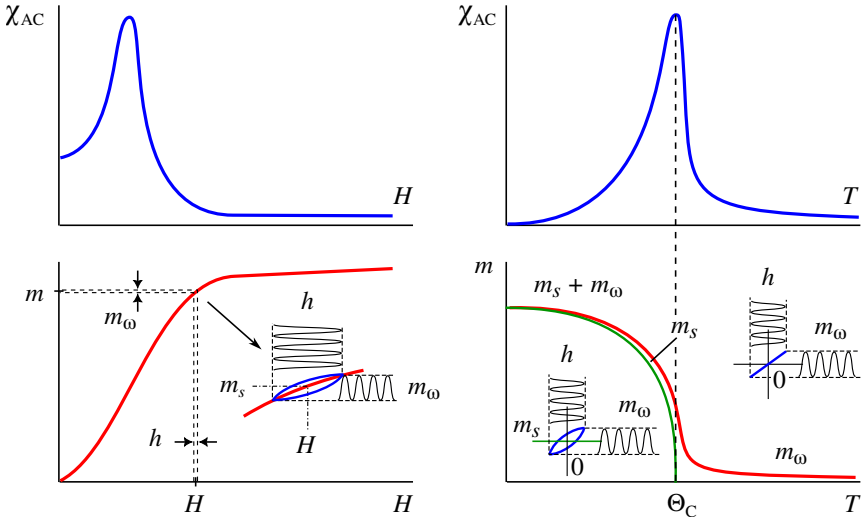

Рис. 1.1. Полевые и температурные зависимости намагниченности и магнитной восприимчивости χ_{AC} ферромагнетика

Если исследуемое вещество является магнетиком, его собственная *статическая* намагниченность $\mathbf{m}_s$ не дает вклад в ЭДС индукции, так как $d\mathbf{m}_s/dt = 0$. Наряду с переменным полем можно приложить постоянное, $\mathbf{H}$, и если его амплитуда много больше амплитуды переменного поля, полную намагниченность можно представить в виде $\mathbf{m} \simeq \mathbf{m}_s(\mathbf{H}) + \mathbf{m}_\omega(\mathbf{h})$. Чтобы это условие выполнялось в измерениях, характерная величина амплитуды переменного поля обычно не превышает нескольких десятых эрстеда.

На нижней левой панели рис. 1.1 показана кривая намагничивания ферромагнетика, измеряемая в поле $\mathbf{H} + \mathbf{h}(t)$. На врезке в увеличенном масштабе показано изменение намагниченности вблизи одного из значений поля H. Накладываясь на постоянное поле, переменное поле вызывает гистерезисное изменение намагниченности вокруг значения m_s. Так как величина переменного поля мала, наведенная намагниченность тоже мала, $m_\omega \ll m_s$. Ее разложение вблизи H имеет вид $m_\omega = (dm_s/dH)h + \ldots$, поэтому отношение ее амплитуды к амплитуде переменного поля $m_\omega/h = \chi_{AC} \simeq dm_s/dH$, примерно равное крутизне зависимости $m_s(H)$, называется *магнитной восприимчивостью*

в переменном поле, или *АС-восприимчивостью*. Полевая зависимость АС-восприимчивости показана на левой верхней панели рис. 1.1.

Измерения температурных зависимостей АС-восприимчивости позволяют регистрировать фазовые переходы. В таких измерениях постоянное поле не прикладывается, поэтому полевая зависимость наведенной намагниченности соответствует начальному участку кривой намагничивания, как показано на врезках правой нижней панели рис. 1.1, на которой представлена температурная зависимость намагниченности ферромагнетика. Выше температуры Кюри Θ_C намагниченность зависит от поля линейно, и температурное поведение $\chi_{AC}(T)$ соответствует зависимости $\chi(T)$. Ниже температуры Кюри появление спонтанной намагниченности может вызвать гистерезис кривой намагничивания, тогда кривая $\chi_{AC}(T)$ станет немного отличаться от зависимости $\chi(T)$, оставаясь близкой к ней. Температурная зависимость АС-восприимчивости показана на верхней правой панели рис. 1.1.

В проводнике переменное магнитное поле индуцирует замкнутый экранирующий ток, который формирует магнитный момент. Когда металлические или сверхпроводящие образцы размещаются в одной из катушек, осциллирующий магнитный момент наводит на астатической паре переменное напряжение. В этом случае измеряемая величина, также называемая АС-восприимчивостью, несет информацию о проводимости вещества.

Если намагниченность зависит от поля линейно, она изменяется со временем пропорционально изменению поля. В этом случае измеряемая АС-восприимчивость равна истинной магнитной восприимчивости $\chi = dm_s/dH$. Если же кривая намагничивания имеет гистерезис или ее крутизна меняется с полем, намагниченность и поле изменяются со временем по-разному. Магнитный момент, наводимый полем $\mathbf{h}\cos\omega t$, гармонически осциллирующим с частотой ω, можно разложить в ряд Фурье по гармоникам поля:

$$\mathbf{M}_\omega(t) = v\mathbf{h}\sum_{n=1}^{\infty}(\chi'_n\cos n\omega t + \chi''_n\sin n\omega t). \tag{1.1}$$

Измеряя сигналы на частотах, кратных ω, можно восстановить зависимость $\mathbf{M}_\omega(t)$, но, как правило, члены разложения с $n > 1$ малы, поэтому обычно ограничиваются анализом изменения момента на основной частоте. Для нее связь величин можно интерпретировать как комплексную магнитную восприимчивость $\chi_1 = \chi'_1 + i\chi''_1$, связывающую комплексный магнитный момент $\mathbf{M}_1 = \alpha\chi_1\mathbf{h}_\omega$ с полем $\mathbf{h}_\omega = \mathbf{h}e^{i\omega t}$. В этом случае

величина χ_1' характеризует действительную часть момента, пропорциональную измерительному полю, а χ_1'' — его мнимую часть, вызванную потерями, затрачиваемыми на намагничивание.

Вследствие того, что момент $M_1(t)$ имеет две компоненты, смещенные по фазе на 90°, в напряжении, возникающем на астатической паре, можно выделить две аналогичные компоненты $V_\omega = V'(\omega)\cos\omega t + V''(\omega)\sin\omega t$. Компонента $V'(\omega)\cos\omega t$ называется *синфазным* сигналом, а компонента $V''(\omega)\sin\omega t$ — *квадратурным.* Амплитуды обеих компонент зависят от частоты поля и свойств образцов. Когда процесс намагничивания обратим и магнитный момент линейно меняется с полем, сигнал имеет только синфазную составляющую. Появление квадратурной составляющей свидетельствует о том, что намагничивание ведет к диссипации энергии поля в образце.

Характерные напряжения, возникающие на астатической паре, составляют несколько микровольт. Для измерения столь слабого сигнала применяется метод синхронного детектирования. Его суть заключается в том, что на входы устройства, называемого *синхронным детектором*, подаются два сигнала: слабый измеряемый сигнал и достаточно большой опорный сигнал, пропорциональный h_ω. Синхронный детектор выделяет из измеряемого сигнала напряжение V_ω на частоте ω, усиливает его, усредняет по времени, существенно превышающему $1/\omega$, разделяет сигнал на синфазный и квадратурный, выпрямляет и выводит на выход пару постоянных напряжений, пропорциональных V' и V''. Такое резонансное детектирование осуществляется в очень узком диапазоне частот, в котором уровень шумов оказывается существенно ниже, чем у широкополосного шума, в результате чего отношение сигнал-шум многократно увеличивается.

Строго говоря, помимо магнитной восприимчивости намагниченность связывает с полем еще один коэффициент, $dm/dH = \chi(1 + \mathcal{N}\chi)$, называемый размагничивающим фактором $\mathcal{N}$. Значение $\mathcal{N}$ зависит от формы тела и его ориентации относительно направления поля. В системе СГС для длинного цилиндра и тонкой пластины в поле, приложенном вдоль длинной стороны, его значение равно нулю, для шара $\mathcal{N} = 4\pi/3$, а для цилиндра в поперечном поле $\mathcal{N} = 2\pi$. В системе СИ значения $\mathcal{N}$ делятся на 4π. Эффект размагничивания следует учитывать в измерениях сверхпроводников и ферромагнетиков, а для немагнитных материалов его влияние несущественно, и им можно пренебречь.

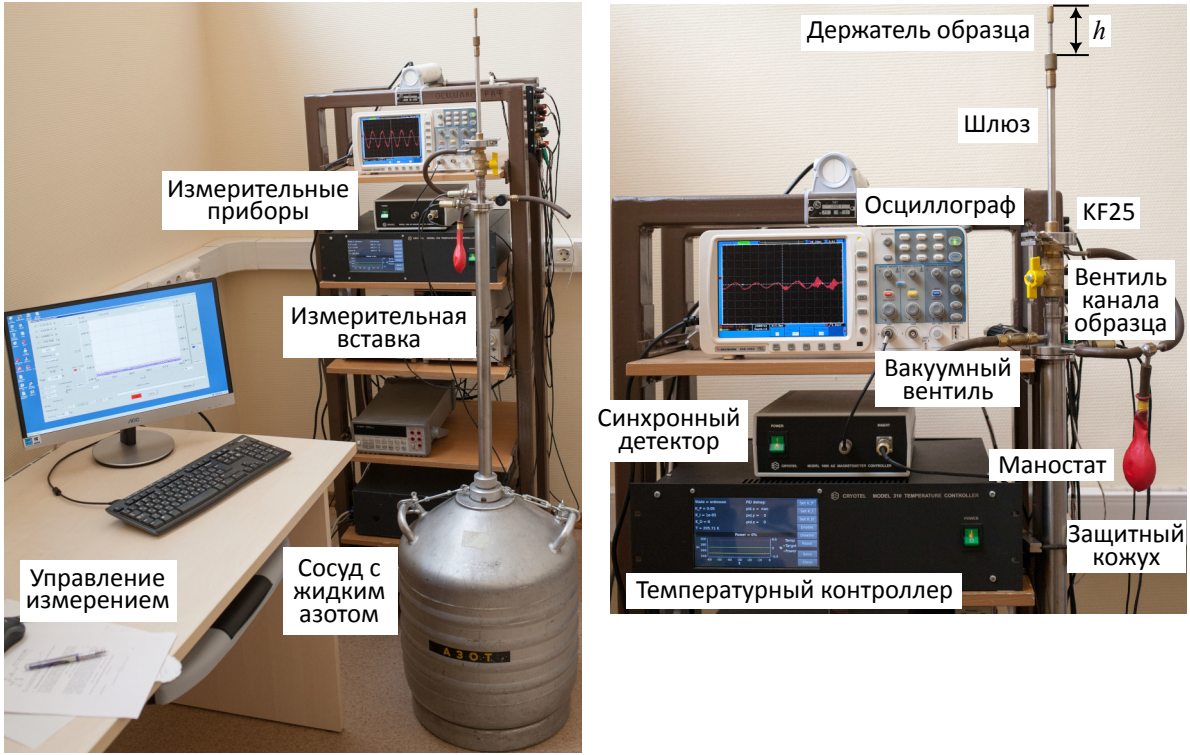

Рис. 1.2. Общий вид АС-магнитометра (*слева*). Измерительная вставка и приборы (*справа*)

1.2. АС-магнитометр

В лабораторных работах используется АС-магнитометр, предназначенный для измерения температурных зависимостей магнитной восприимчивости в диапазоне температур 77.4–300 К. Общий вид установки показан на рис. 1.2. Магнитометр выполнен в виде измерительной вставки, погружаемой в сосуд с жидким азотом. Вставка подключается к синхронному детектору, формирующему и регистрирующему сигналы, и температурному контроллеру, обеспечивающему стабилизацию или развертку температуры образца. Для контроля сигнала, поступающего с астатической пары на вход синхронного детектора, служит осциллограф. Работой детектора и контроллера управляет специализированная программа. Посредством настроек, представленных в ее рабочем окне на мониторе компьютера, пользователь управляет измерениями, результаты которых отображаются в графическом виде на одной из панелей рабочего окна.

На рис. 1.3 представлена схема измерительной ячейки, находящейся в нижней части вставки. Ее основой служит двустенная ампула, состоящая из двух концентрических тонкостенных нержавеющих трубок, между которыми создается вакуум — *вакуумная рубашка*. Внутренняя трубка — *канал образца* — заполняется теплообменным газом (азотом). На нее наклеен разрезной медный экран, создающий однородную температуру в области, в которую помещается образец. Температура экрана и трубки измеряется термометром Cernox 1050 и регулируется нагревателями, управляемыми температурным контроллером. Наружная трубка ампулы охлаждается жидким азотом (LN_2). Вакуумная рубашка создает тепловую изоляцию между нагреваемой и охлаждаемой областями. Охлаждение канала образца обеспечивают тепловые медные якоря, соединяющие его с внешней трубкой.

На внешнюю трубку ампулы крепится измерительный узел, представляющий собой жесткий каркас (на рис. 1.3 не показан), содержащий приемные катушки астатической пары, катушку возбуждения, создающую переменное поле, и катушку компенсации, служащую для настройки измеряемого сигнала. В рабочем состоянии измерительный узел термостатируется жидким азотом. Кожух, изготовленный из толстостенной нержавеющей трубки, защищает катушки и двустенную ампулу от внешних механических воздействий.

К верхней части вставки посредством быстроразъемного соединения KF25 крепится шлюз, позволяющий заменять образцы, без отогрева

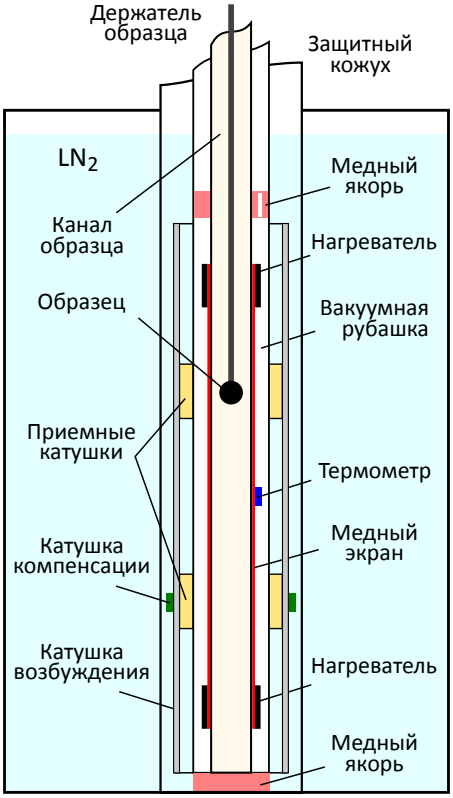

Рис. 1.3. Схема измерительной ячейки

вставки (см. рис. 1.2). Вверху шлюз заканчивается сальниковым уплотнением держателя образца. Нижняя часть соединения KF25 смонтирована на вентиле, соединяющем канал образца со шлюзом. При замене образца вентиль перекрывает канал, охлаждаемый в рабочем состоянии до азотных температур, чтобы в нем не конденсировалась влага. Резиновый шланг с маностатом соединяет шлюз с внутренним пространством кожуха, заполненным газообразным азотом, скапливающимся в результате испарения жидкости, находящейся между кожухом и двустенной ампулой (см. рис. 1.3). Маностат, представляющий собой резиновый воздушный шарик с небольшим отверстием, предотвращает повышение давления газа выше атмосферного. Газообразный азот, заполняющий

канал образца при открытом вентиле, обеспечивает теплообмен между образцом и нагреваемой трубкой канала.

Между вентилем канала образца и фланцем защитного кожуха находятся вакуумный вентиль, обеспечивающий откачку вакуумной рубашки, и разъемы для подсоединения синхронного детектора и температурного контроллера.

Внимание !	Не трогайте вакуумный вентиль! Не отключайте и не подключайте кабели при включенных приборах! **Нарушение вакуума и коммутации электрических цепей может вывести магнитометр из строя.**

Измеряемый сигнал формирует и детектирует синхронный детектор марки CRYOTEL MODEL 1000 AC MAGNETOMETER CONTROLLER, работа которого описана в разд. 1.4.

Температура измерительной ячейки регулируется температурным контроллером марки CRYOTEL MODEL 310, представляющим собой цифровой пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор температуры. Алгоритм работы ПИД регулятора связывает величину разбаланса температуры $\Delta T = T_{\text{set}} - T$, где T_{set} — целевое значение температуры, с током через нагреватели через сумму трех вкладов:

$$I = \mathbf{P}\Delta T + \mathbf{I}\int_0^t \Delta T(t')dt' + \mathbf{D}\frac{dT}{dt}. \tag{1.2}$$

P, **I**, **D** — коэффициенты, определяющие относительные величины каждого из вкладов. Первая составляющая, как правило, самая большая, определяет мгновенный отклик, пропорциональный разнице между измеряемым и заданным значением температуры, в то время как два следующие члена зависят от теплоемкости объекта, определяющей инерционность процессов его нагрева и охлаждения. Вторым по величине оказывается интегральный вклад, «отслеживающий» изменение разбаланса температур со временем. Для объектов с малой теплоемкостью дифференциальный вклад, пропорциональный производной температуры по времени, может быть довольно существенным, а у объектов с большой теплоемкостью он обычно невелик, так как их температура меняется медленно. Для измерительной ячейки магнитометра значения коэффициентов составляют $\mathbf{P} = 5 \cdot 10^{-2}$, $\mathbf{I} = 1 \cdot 10^{-5}$, $\mathbf{D} = 0$. Подбор параметров ПИД регулятора — трудоемкая процедура, поэтому данные значения менять не следует.

1.3. Управляющая программа

Пользователь управляет экспериментом с помощью программы, написанной в среде LabWindows. Она выполняет следующие основные действия:

- сбор и индикацию текущих значений температуры измерительной ячейки и амплитуд синфазного и квадратурного сигналов;
- запись данных в файл и их графическое отображение в виде зависимости сигналов от температуры или времени;
- управление параметрами стабилизации и линейной развертки температуры измерительной ячейки;
- управление параметрами синхронного детектирования — частотой, амплитудой и фазой переменного поля, коэффициентом усиления и сдвигом фазы измеряемых сигналов X и Y, компенсацией астатической пары.

Управляющая программа взаимодействует с измерительными приборами по интерфейсу RS-232 или USB в режиме эмуляции RS-232. Номера и настройки используемых портов RS-232 указываются в файле ports.ini, находящемся в папке программы,[1] в которой также находится служебная программа FindDev.exe. Она автоматически ищет приборы по всем доступным портам RS-232 и формирует файл ports.ini. Запустите ее, если управляющая программа запускается на новом компьютере, или не находит оборудование вследствие изменения настроек ОС Windows.

Рабочее окно управляющей программы показано на рис. 1.4. В его верхней левой части выводятся показания текущих значений сигнала в двух форматах: синфазная (X) и квадратурная (Y) компоненты или амплитуда $R = \sqrt{X^2 + Y^2}$ и фаза $\phi = \mathrm{arctg}(Y/X)$ сигнала. Переключатели, находящиеся напротив полей «X и Y» или «R и φ» выбирают соответствующую пару для визуализации на графике в качестве ординат. Ниже располагаются поля, устанавливающие коэффициент усиления сигнала перед его подачей на вход синхронного детектора, а также количество измерений для среднеарифметического усреднения сигнала. В левом нижнем углу окна находится поле, показывающее частоту измерений.

Кнопка Настройка открывает окно настройки измерения, обсуждаемое в следующем разделе. Под ней расположен блок «Температура», в котором поле «T» индицирует текущую температуру измерительной

[1] По умолчанию программа устанавливается в папку
`C:\Program Files (x86)\magnit`.

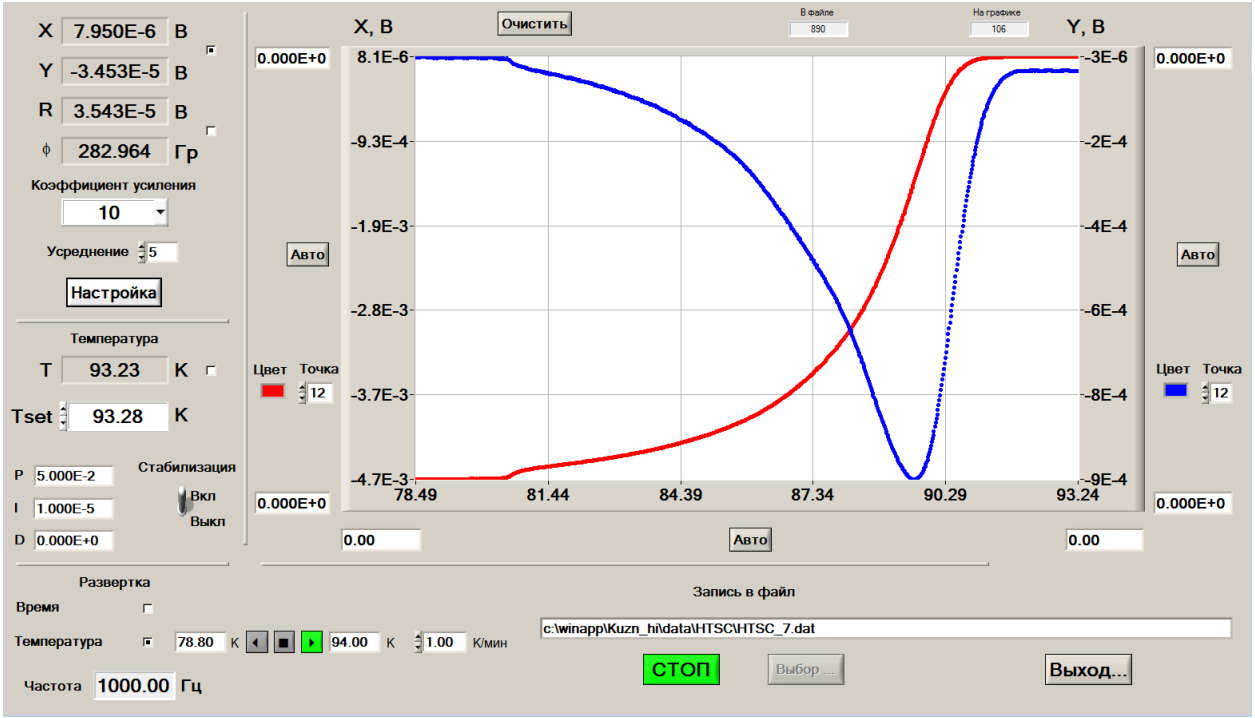

Рис. 1.4. Рабочее окно управляющей программы

ячейки, а находящийся справа переключатель выводит ее значения в качестве ординат графика. Поле «Tset» предназначено для установки целевого значения стабилизации температуры. Под ним располагаются поля настройки ПИД регулятора, справа от которых находится выключатель тока нагревателей. В положении «Вкл» температура автоматически стабилизируется или разворачивается.

Внимание !	Не меняйте установленные параметры ПИД регулятора, это может вызвать нестабильность его работы!

Расположенный внизу блок «Развертка» устанавливает величину для оси абсцисс графика, которым может служить время или температура. По умолчанию измеряемые величины строятся от времени. Чтобы инициировать построение температурных зависимостей, установите флажок в положение «Температура». Поля, находящиеся по бокам кнопок ◄ и ►, настраивают температурную развертку. Левое поле задает минимальное значение температуры, а правое — ее максимальную величину. Скорость развертки в «К/мин» устанавливается в крайнем правом поле. Кнопки ◄ и ► запускают развертку температуры к установленному минимальному или максимальному значению. При запуске активная кнопка подсвечивается. Достигнув конечное значение, развертка останавливается, и контроллер переходит к стабилизации конечной температуры. Кнопка ■ позволяет остановить развертку и стабилизировать достигнутую промежуточную температуру. После остановки можно продолжить развертку в любом направлении.

Развертка начинается от *текущего* значения температуры. Чтобы она совершалась корректно, нужно сначала установить и стабилизировать начальную температуру. Например, чтобы развернуть температуру от 80 до 300 К, установите значение «Tset» 80 К, включите нагреватель, дождитесь стабильности температуры с точностью порядка нескольких сотых градуса и только потом нажимайте кнопку ►.

Стабилизируя высокие температуры, нагреватели рассеивают большую мощность, которая может повредить измерительную ячейку, поэтому верхний предел температур ограничен. Управляющая программа ограничивает его значением 305 К, а контроллер — значением 310 К. При достижении ограничивающего значения ток нагревателя сбрасывается, а стабилизация и развертка температуры отключаются.

Внимание !	Не разогревайте измерительную ячейку выше 300 K!

Результаты измерения отображаются в виде графика, занимающего бóльшую часть окна, и сохраняются в файл. Запись в файл инициирует кнопка СТАРТ, преобразующаяся после нажатия в кнопку СТОП, останавливающую сохранение данных. Перед началом измерения в поле, расположенном ниже подписи «Запись в файл», необходимо задать имя файла. Это можно сделать, введя его вручную непосредственно в данном поле, или выбрав имеющийся файл в диалоговом окне, открывающемся кнопкой Выбор... . Во время измерения она становится недоступной. Данные сохраняются непосредственно во время измерения. Поле «в файле», расположенное над графиком, отображает количество сохраненных точек. Сохраненные данные представляют собой текстовый файл, состоящий из восьми колонок со значениями следующих величин: 1-й и 2-й столбцы (X и Y) — синфазный и квадратурный сигналы в вольтах, 3-й и 4-й столбцы (R и FI) — амплитуда сигнала в вольтах и его фаза в градусах, 5-й столбец (Temp) — температура измерительной ячейки в градусах Кельвина, 6-й столбец (Frequency) — частота переменного поля в герцах, 7-й столбец (Time) — время в секундах, отсчитанное с момента запуска программы, 8-й столбец (I_ex) — амплитуда тока в соленоиде, создающем переменное поле, в миллиамперах. В скобках приведены названия колонок в сохраняемых файлах.

Графики, отображающие данные измерений, имеют ось абсцисс и две независимые оси ординат. Кривые, относящиеся к разным осям, выделяются разными цветами. Цвет кривых и размер точек можно настроить с помощью панелей, расположенных сбоку от осей. Количество точек, выведенных на график, показывает панель под названием «на графике». Кнопка Очистить удаляет ранее выведенные точки и начинает новое построение, не удаляя при этом данные, сохраненные в файле. Возможность графического вывода «очищенных» точек не предусмотрена. По умолчанию оси графиков автоматически подстраиваются под диапазоны измеряемых величин, но их масштабы можно зафиксировать, введя нужные значения в поля, расположенные на краях осей. В этом случае на графики будут выводиться только данные, попадающие в заданные диапазоны. Кнопки Auto, расположенные посредине осей, позволяют вернуться в режим автомасштабирования. Изменение масштаба какой-либо оси не затрагивает остальные.

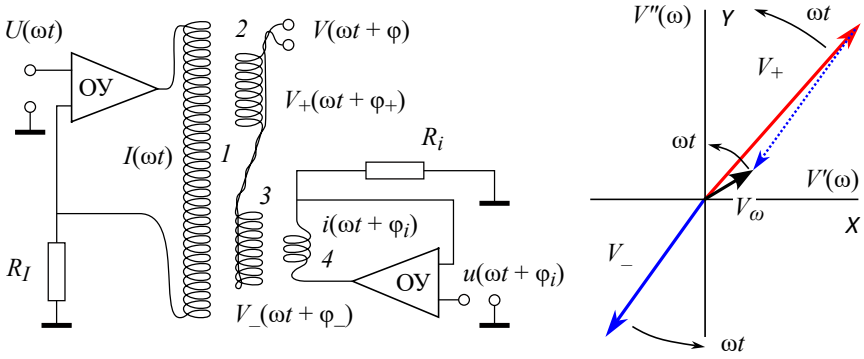

Рис. 1.5. Схема формирования сигнала АС-магнитометра. *Слева*: трансформатор, образованный катушкой накачки, приемными катушками и катушкой компенсации. *Справа*: диаграмма напряжений катушек астатической пары

1.4. Настройка магнитометра

На левой панели рис. 1.5 показана принципиальная схема формирования сигнала АС-магнитометра. Переменное поле создает катушка *1*, изготовленная в виде длинного тонкого соленоида. Операционный усилитель ОУ, включенный по схеме источника тока, питает ее током $I(\omega t)$. Напряжение $U(\omega t)$ формирует цифроаналоговый преобразователь, управляемый микроконтроллером синхронного детектора. Астатическую пару образуют катушки *2* и *3*. При изготовлении пара компенсируется с точностью $|V_\omega|/(|V_+| + |V_-|) \simeq 5 \cdot 10^{-3}$, а дополнительную компенсацию обеспечивает катушка *4*. В нее заводится ток той же частоты $i(\omega t + \varphi_i)$, сдвинутый относительно тока соленоида на фазу φ_i. Изменяя сдвиг фазы и амплитуду тока, можно существенно улучшить точность компенсации. Напряжение источника тока, питающего катушку компенсации, $u(\omega t + \varphi_i)$ тоже задает микроконтроллер. Цифровой метод формирования частоты, амплитуд и сдвига фаз токов, питающих трансформатор, образованный всеми четырьмя катушками, обеспечивает высокую стабильность компенсации сигнала астатической пары.

Катушки смонтированы на диэлектрическом каркасе, обеспечивающем их надежную фиксацию друг относительно друга. Схема расположения катушек представлена на рис. 1.3. Каркас крепится на двустенной ампуле, элементы которой, оказавшись внутри катушек, изменяют сигналы. Переменное поле наводит в металлических деталях токи, в свою

очередь, генерирующие поля на той же частоте, сдвинутые по фазе относительно приложенного поля. Так как медные якоря и концы трубок двустенной ампулы и кожуха вставки расположены несимметрично относительно катушек астатической пары, суперпозиция их полей ведет к разбалансу пары. Как показано на правой панели рис. 1.5, наводимые напряжения V_+ и V_- немного различаются по амплитуде, и разность их фаз не равна 180°. Как амплитуда, так и фаза полей, генерируемых металлическими частями установки, сильно зависят от частоты, поэтому разбаланс напряжений тоже зависит от нее. Таким образом, на каждой частоте нужно проводить собственную настройку измерений. Для этого предназначено окно управляющей программы, открывающееся кнопкой Настройка, показанное на рис. 1.6.

Как и в основном окне, в его левой верхней части выводятся текущие значения сигнала в форматах синфазной и квадратурной компонентов, или амплитуды и фазы. Находящиеся рядом переключатели выбирают пару, показываемую в зависимости от времени на графиках справа. Ниже располагается поле, задающее коэффициент усиления сигнала перед его подачей на вход синхронного детектора. За ним следует блок «Модуляция», содержащий поле установки частоты в герцах и амплитуды тока катушки возбуждения в битах ЦАП и миллиамперах. Находящийся ниже блок «Компенсация» устанавливает амплитуду тока катушки компенсации в битах ЦАП и сдвиг его фазы относительно тока катушки возбуждения битах ЦАП или градусах. В самом низу расположено поле, предназначенное для компенсации сдвига фазы измеряемого сигнала относительно напряжения U, подаваемого в качестве опорного сигнала на вход синхронного детектора.

Настройка измерений проводится следующим образом.

- Установите на держателе калибровочный образец феррита и опустите его в измерительную ячейку.
- Для уменьшения шумов охладите измерительную ячейку до температуры менее 80 К, поднимите держатель образца на высоту не менее 10 см от его нижнего положения (см. рис. 1.2).
- Откройте окно Настройка и установите частоту измерения в диапазоне от 33 до 1000 Гц. Для уменьшения наводок, выбирая частоту, нужно как можно дальше отстраиваться от значений, кратных 50 Гц. Оптимальными являются частоты, составленные из простых чисел или нечетных сомножителей, например 37, 77, 117, 337, 777 Гц.

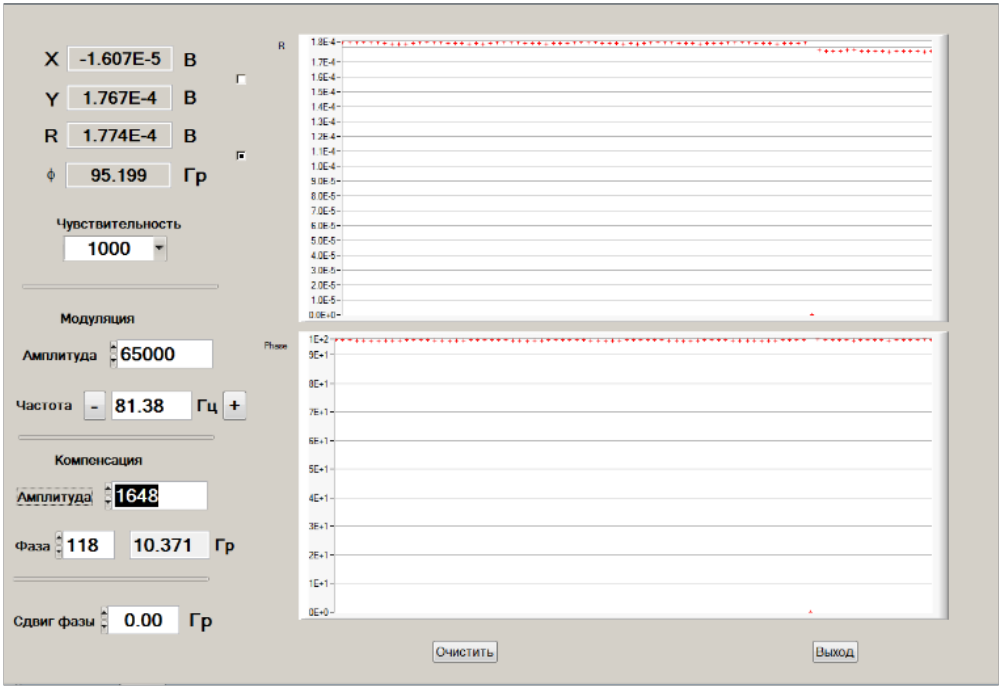

Рис. 1.6. Окно настройки магнитометра

• Задайте требуемый ток катушки возбуждения, учитывая, что значение 10 мА соответствует амплитуде поля 1 Э, а максимальное значение бит ЦАП составляет 65535. В измерениях не рекомендуется использовать токи более 100 мА.

• Установите коэффициент усиления сигнала, который будет использоваться в измерениях. Не рекомендуется использовать его значения более 400, так как наряду с сигналом усиливаются и шумы, а в случае малых сигналов это может ухудшить качество синхронного детектирования.

• Выберите пару сигналов «R и ϕ» и, нажав и удерживая стрелку вверх или вниз, расположенную слева от поля «Амплитуда» в блоке «Компенсация», определите направление изменения амплитуды, ведущее к уменьшению сигнала «R».[2] Действуя далее в этом направлении, добейтесь его минимального значения. После этого выполните аналогичные действия с полем «Фаза». Изменяя попеременно значение амплитуды, а потом фазы тока катушки компенсации, добейтесь уменьшения значения сигнала «R» до уровня менее 0.2–0.5 мкВ. [3]

В результате компенсации напряжения V_+ и V_- на катушках астатической пары становятся практически равными и противофазными, т. е. $\varphi_- = \varphi_+ + 180°$, но при этом они сдвинуты на некоторую фазу φ относительно напряжения U, служащего опорным сигналом синхронного детектирования. Как следствие, измеряемый сигнал тоже будет сдвинут на эту фазу. Калибровочный образец позволяет выставить правильную фазу сигнала, поступающего с астатической пары на вход синхронного детектора. Образец феррита имеет большую магнитную восприимчивость и малые потери намагничивания. С точностью, достаточной для калибровки АС-магнитометра, сигналом потерь можно пренебречь и считать, что образец имеет только действительную компоненту АС-восприимчивости $\chi = \chi' + \chi'' \simeq \chi'$. Тогда измеряемый сигнал должен иметь только X-компоненту.

• Опустите калибровочный образец в верхнюю измерительную катушку и найдите его положение, соответствующее максимальному значению сигнала «R».

---

[2] Если при удержании стрелок сигнал меняется медленно, значения с шагом 10, 100 или более можно вводить вручную.

[3] Точность компенсации растет с каждым циклом подстройки амплитуды и фазы, поэтому перед началом цикла, чтобы повысить точность отображениях сигналов на графиках, рекомендуется очищать графики.

Внимание !	При выполнении данной операции контролируйте сигнал по осциллографу. Если его размах превысит 1.5 В, уменьшите коэффициент усиления.

• Выберите пару сигналов «X и Y» и, изменяя значение поля «Сдвиг фазы», добейтесь минимального значения сигнала «Y».

• Зафиксируйте параметры настройки, записав их в рабочий журнал, или сделав снимок экрана.

Параметры настройки, полученные для определенной частоты, хорошо воспроизводятся, поэтому в следующий раз их можно использовать в качестве стартовых значений, которые нужно обязательно проверить и при необходимости откорректировать.

При изменении температуры измерительной ячейки разогрев металлических частей двустенной ампулы вызывает небольшой разбаланс сигнала астатической пары, поэтому для прецизионных измерений рекомендуется снять температурную зависимость сигнала разбаланса, так называемую *нулевую линию*, и вычесть ее из сигнала образца. Отметим, что качественно выполненная настройка должна обеспечивать не только минимальный разбаланс пары, но и максимальный сигнал образца, величина которого зависит от частоты и амплитуды поля, тогда поправкой, вносимой *нулевой линией*, т. е. температурной зависимостью сигнала разбалланса, в температурную зависимость восприимчивости образца, как правило, можно пренебречь.

Выполнив настройку, установите образец и начните измерения.

1.5. Управление тепловыми процессами

Особенностью тепловой схемы магнитометра является слабая связь измеряемой температуры T_m с температурой образца T_s. Как показано на рис. 1.3, термометр располагается в вакуумной рубашке на стенке внутренней трубки двустенной ампулы, таким образом он измеряет температуру внутренней стенки измерительной зоны. При изменении температуры требуется достаточно длительное время, чтобы образец нагрелся или охладился до T_m, поэтому в измерениях нельзя использовать быструю развертку температуры. Как показывает практика, ее следует ограничить скоростью не более 1 К/мин. В режиме стабилизации температуры перед измерениями нужно выдержать паузу 1–2 мин, чтобы выровнять температуры образца и термометра. В режиме установки

целевой температуры поднимать температуру следует с помощью развертки, задав скорость 2–3 К/мин, при нагреве на несколько градусов, и до 10–50 К/мин — при нагреве на несколько десятков или сотен градусов. Достигнув целевую температуру, контроллер автоматически начнет ее стабилизировать. При охлаждении до целевой температуры рекомендуется выключить нагреватель, дождаться нужной температуры и включить нагреватель. Такая процедура сбрасывает интегральную компоненту PID регулирования, накопленную за время охлаждения,уменьшая тем самым время, необходимое для достижения стабильной температуры.

Рис. 1.7. Интерфейс температурного контроллера. *Верхняя панель:* главное окно. *Нижняя панель:* окно настройки и индикации тепловых процессов, открывающееся при нажатии клавиши PID

Сенсорный экран температурного контроллера может работать в нескольких режимах. По умолчанию на него выводится главное окно программы микроконтроллера, позволяющее открыть окно настрой-

ки индикации тепловых процессов, окно настроек контроллера и т. д. Главное окно, показанное на верхней панели рис. 1.7, индицирует температуру термометра, целевую температуру и мощность нагревателя. Клавиша PID открывает окно настройки и индикации тепловых процессов, показанное на нижней панели рис. 1.7. В нем можно установить параметры PID регуляции, а также оно позволяет наблюдать динамику тепловых процессов. В его нижней части выводится график изменения со временем целевой температуры (желтая кривая), температуры термометра (красная кривая) и мощности нагревателя (зеленая кривая). Дополнительно вверху графика выводится ползунок, показывающий мощность, подаваемую на нагреватели в процентах от ее максимального значения. Окно настройки и индикации тепловых процессов наиболее полно отражает работу температурного контроллера, поэтому его рекомендуется открыть в начале измерений и не закрывать вплоть до выключения контроллера.

1.6. Порядок выполнения работы

Цель работы — регистрация нулевой линии магнитометра в режимах, используемых в дальнейших исследованиях скин-эффекта в меди и магнитных переходов в диспрозии. Полученные данные потребуются для обработки результатов этих измерений.

1.6.1. Подготовка к измерениям

- Проверьте высоту столба жидкости в азотном дьюаре и при необходимости добавьте жидкий азот так, чтобы он доставал до нижней части горловины дьюара. Установите крепежный узел на дьюар. Убедитесь, что быстроразъемное соединение KF25 на верхней части измерительной вставки уплотнено крышкой или шлюзом с держателем образца (см. рис. 1.2). Вставьте измерительную вставку в крепежный узел, опустите ее до уровня жидкого азота, который начнет интенсивно испаряться, когда кожух вставки коснется жидкости, после чего медленно погрузите вставку в жидкий азот, ориентируясь на длительность процедуры порядка двух-трех минут. Выставите вставку в вертикальное положение, крепко прижмите ее ко дну дьюара и затяните сальниковое уплотнение крепежного узла. Проверьте надежность фиксации вставки от случайных смещений.

Внимание !	Вставка должна быть жестко зафиксирована в дьюаре. Ее смещение ухудшает точность компенсации сигнала.

• Включите компьютер и измерительные приборы, загрузите управляющую программу. Установите целевую температуру 80 K и при ее прохождении включите нагреватели. Откройте окно настройки и индикации тепловых процессов температурного контроллера.

• Установите на держатель муляж образца («хвостовик» с кусочком ваты), который необходим для создания в измерительной ячейке условий конвекции газа аналогичных тем, что будут создаваться в дальнейших измерениях. Установите шлюз с держателем образца на вставку, и опустите образец так, чтобы его держатель выступал на высоту 10–15 см от верха сальникового уплотнения, выждите 1–2 мин, чтобы охладить держатель и не допустить перегрева измерительной зоны, после чего опустите образец в измерительную катушку. В данном положении верх держателя образца должен выступать на высоту $h = 61$ мм от верха гайки сальникового уплотнения (см. рис. 1.2).

• Откройте окно «Настройки» управляющей программы. Установите усреднение сигнала по пяти измерениям. Установите частоту 77 Гц и ток питания катушки возбуждения 100 мА. Установите коэффициент усиления сигнала 100. Скомпенсируйте сигнал «R» до уровня не хуже 0.2–0.5 мкВ. Запишите значения частоты и тока модуляции, а также амплитуды и фазы компенсации в битах АЦП.

• Установите частоту 777 Гц, не меняя тока питания катушки возбуждения. Скомпенсируйте сигнал «R» до уровня не хуже 0.2–0.5 /мкВ. Запишите значения частоты и тока модуляции, а также амплитуды и фазы компенсации в битах АЦП.

• Отогрейте и достаньте образец. Для этого поднимите держатель в шлюз до упора, зажмите сальниковое уплотнение и отогрейте держатель и шлюз феном до теплого состояния так, чтобы влага не конденсировалась на металле, а сам металл был теплым на ощупь. Разберите уплотнение KF25, снимите шлюз и закройте уплотнение крышкой.

• Замените муляж образца ферритом, установите его на вставку и охладите, как описано ранее. Медленно введите феррит в измерительную катушку, наблюдая сигнал осциллографа и уменьшая при необходимости его чувствительность. Если размах сигнала превысит 1.5 В, уменьшите коэффициент его усиления в управляющей программе. Уста-

новите феррит в измерительной катушке, ориентируясь на максимум амплитуды сигнала «R». Изменяя «Сдвиг фазы» сигнала, сведите сигнал, «Y» к нулю так, чтобы его знак начал флуктуировать между положительными и отрицательными значениями.[4] Добавьте полученное значение фазы сигнала к настройкам, выполненным на частоте 777 Гц.

- Установите частоту модуляции 77 Гц , восстановите настройки компенсации, выполненные на этой частоте. Скомпенсируйте фазу сигнала, добавьте полученное значение к настройкам, выполненным на частоте 77 Гц. Отогрейте и достаньте феррит, замените его муляжом образца и приступите к измерениям.

1.6.2. Проведение измерений

- Поместите муляж образца в измерительную катушку, как описано ранее.
- Создайте папку и файл для сохранения результатов измерений. Для этого нажмите кнопку Выбор... , перейдите с системного диска на диск, содержащий папку data, войдите в нее, затем в папку Химера/ЛабораторныеРаботы. Создайте папку с номером вашей группы, например М20-211, войдите в нее и создайте папку с вашими фамилиями и названием работы, например ИвановПетровСидоров/Магнитометрия. В этой папке создайте файл с именем измерения 77Гц_100мА_80К и нажмите OK , чтобы выйти из меню.
- Измерьте сигнал магнитометра: для этого, чтобы убрать с графика предыдущие показания, нажмите кнопки Очистить и Старт , потом запишите сигнал в течение одной-двух минут и нажмите кнопку Стоп .
- Откройте меню «Настройка», установите настройки для измерений на частоте 777 Гц, выйдите из меню и отредактируйте имя файла для записи данных, заменив 77 на 777 Гц. Это можно сделать непосредственно в окне рабочей программы, не открывая меню «Выбор...». Измерьте сигнал магнитометра.
- Установите развертку температуры от 80 до 90 К со скоростью 3 К/мин, включите ее и, достигнув температуры 90 К, выдержите эту температуру в течение 1–2 мин. Отредактируйте имя файла в соответствии с параметрами измерения и проведите измерение. Затем установите

[4] Отметим, что стрелки ▲ и ▼ , находящиеся сбоку от поля «Сдвиг фазы», изменяют только целую часть значений, а их десятичную часть нужно вводить непосредственно в самом поле.

настройки другой частоты, отредактируйте имя файла и проведите измерение.

- Аналогичным образом измерьте сигналы при температуре 100 К и далее до 300 К с шагом 25 К, увеличив скорость развертки температуры до 5 К/мин при нагреве на 25 К. Если на весь цикл измерений времени не хватит, пропустите температуры 225 и 275 К.
- По окончании измерений закройте окно измерительной программы, нажав кнопку `Выход...` . Скопируйте себе данные измерений, выключите компьютер и измерительные приборы. Достаньте измерительную вставку и поставьте ее отогреваться. Разберите крепежный узел азотного дьюара и закройте дьюар крышкой.

1.6.3. Обработка результатов измерений

Для каждого измерения определите среднее значение и погрешность определения сигнала магнитометра и температуры. Постройте температурные зависимости сигналов (нулевые линии), измеренных на частотах 77 и 777 Гц.

1.7. Контрольные вопросы

1. Какой метод детектирования используется в АС-магнитометрии?
2. Что такое синфазный и квадратурный сигнал?
3. Что такое астатическая пара катушек, и как настраивается ее сигнал?
4. Какой метод используется для регулирования температуры температурным контроллером?
5. Какова специфика тепловой схемы установки, и как ее нужно учитывать в измерениях?
6. Что такое нулевая линия установки, и какова ее природа?

Лабораторная работа 2

Сверхпроводящий переход в ВТСП-лентах

Цель: изучение формирования смешанного и критического состояния в ВТСП-ленте, определение критического тока ленты.

2.1. Критическое состояние сверхпроводников второго рода

Переход в сверхпроводящее состояние сопровождает эффект Мейсснера–Оксенфельда, заключающийся в выталкивании магнитного поля из сверхпроводника [1]. В объемных телах на поверхности возникает экранирующий мейсснеровский ток $I_{\text{м}}$, создающий намагниченность $\mathbf{m}$, компенсирующую внешнее поле $\mathbf{H}$, так что индукция поля внутри сверхпроводника зануляется: $\mathbf{B} = \mathbf{H} + 4\pi\mathbf{m} = 0$. В сверхпроводниках первого рода такое мейсснеровское состояние сохраняется вплоть до подавления сверхпроводимости в поле $H_c = \phi_0/(2\sqrt{2}\pi\lambda\xi)$, называемом *термодинамическим критическим*. Здесь $\phi_0 = h/2e = 2.068 \cdot 10^{-7}$ Мкс — квант магнитного потока, ξ — *длина когерентности*, λ — *глубина проникновения магнитного поля*. В сверхпроводниках второго рода поле начинает проникать в образец в виде вихрей Абрикосова, представляющих собой вихревой ток, окружающий кор и экспоненциально затухающий при удалении от него. Вихрь заключает в себе квант магнитного потока,

его кор имеет радиус порядка длины когерентности, а затухание тока характеризует глубина проникновения магнитного поля. Вихри формируют магнитный поток, пронизывающий сверхпроводник. Проникновение магнитного потока (вихрей) начинается, когда поле на поверхности сверхпроводника достигает величины *нижнего критического поля* $H_{c1} \simeq (\phi_0/4\pi\lambda^2)\ln\varkappa$, где $\varkappa = \lambda/\xi$ — параметр Гинзбурга–Ландау. Сверхпроводимость подавляется, когда коры вихрей начинают перекрываться в поле $H_{c2} = \phi_0/2\pi\xi^2$, называемом *верхним критическим*. Состояние сверхпроводника, реализующееся между верхним и нижним критическим полем, называется *смешанным*.

Равновесное смешанное состояние формируется следующим образом. Со стороны мейсснеровского тока, текущего на поверхности тела, на вихри действует сила Лоренца, сталкивающая их вглубь сверхпроводника, а взаимодействие вихрей создает силу, расталкивающую их. Под действием этих сил вихри распределяются однородно, образуя треугольную решетку в сечении, ортогональном внешнему полю $\mathbf{H}$, при этом индукции поля внутри сверхпроводника $\mathbf{B} = n\phi_0\mathbf{e}$, направлена вдоль поля $\mathbf{e} = \mathbf{H}/H$, и пропорциональна плотности вихрей n. В объеме сверхпроводника вихревые токи усредняются и «макроскопический» ток не образуется. С изменением поля вихри свободно входят[1] и выходят из сверхпроводника, который намагничивается обратимо.

В сверхпроводнике, содержащем дефекты, картина проникновения потока изменяется, так как энергетически выгодной оказывается локализация коров вихрей на дефектах [2]. Это связано с тем, что вблизи дефекта, где сверхпроводимость подавлена, отсутствует энергия конденсации сверхпроводящего состояния $E_c = -\upsilon H_c^2/8\pi$, где υ — объем дефектной области. Кор вихря, в котором сверхпроводимость также подавлена, тоже имеет «избыточную» энергию, поэтому локализация коров на дефектах минимизирует проигрыш в энергии конденсации. Как следствие, вихри закрепляются на дефектах. Данное явление называется *пиннигом*, а дефекты, на которых закрепляются вихри, — *центрами пиннинга*. Сдерживая проникновение вихрей, пиннинг формирует градиент их плотности, направленный в сторону поверхности, т. е. плотность вихрей на поверхности больше, чем в глубине сверхпроводника. Неоднородное распределение вихрей порождает макроскопический ток с плотностью

[1] В поле, приложенном параллельно идеальной плоской поверхности сверхпроводника, образуется барьер Бина–Ливингстона. В зависимости от качества поверхности он может сдерживать проникновение вихрей вплоть до поля H_c [1].

$$\mathbf{j} = (c/4\pi)\,\mathrm{rot}\,\mathbf{B},$$

где c — скорость света. Если внешнее поле направлено вдоль оси z, а ось x направлена от поверхности вглубь сверхпроводника, то ток течет вдоль поверхности

$$\mathbf{j} = (c\phi_0/4\pi)\,\mathrm{rot}[n(x)\mathbf{e}_z] = -(c\phi_0/4\pi)(dn/dx)\mathbf{e}_y = (c\phi_0/4\pi)|\nabla n|\mathbf{e}_y.$$

Со стороны этого тока на единицу длины вихря действует сила Лоренца

$$\mathbf{f}_{\mathrm{L}} = (\phi_0/c)\,\mathbf{j}\times\mathbf{e}_z = (\phi_0^2/4\pi)|\nabla n|\mathbf{e}_x,$$

стремящаяся сдвинуть вихрь вглубь сверхпроводника, но этому препятствует сила пиннинга $\mathbf{f}_p$, действующая со стороны дефектов. Равенство этих сил дает плотность критического тока $j_c = (c/\phi_0)f_p$, который течет во всей области занятой вихрями. Устанавливающееся неравновесное смешанное состояние называется *критическим*.

В формировании критического состояния участвует большое количество вихрей и центров пиннинга, поэтому полученные величины нужно усреднить. Для этого сила Лоренца и сила пиннинга берутся на единицу площади вихревой структуры $\mathbf{F}_{\mathrm{L}} = n\mathbf{f}_{\mathrm{L}} = (1/c)\,\mathbf{j}\times\mathbf{B}$, $\mathbf{F}_p = n\mathbf{f}_p$, тогда критическая плотность тока вычисляется как

$$j_c = (c/B)F_p. \tag{2.1}$$

Когда количество центров пиннинга превышает количество вихрей, плотность критического тока не зависит от поля. В этом случае плотность вихрей увеличивается с ростом поля, но каждый из них находит «свой» центр пиннинга. Когда плотность вихрей становится порядка или больше количества центров пиннинга, сила пиннинга становится постоянной и магнитное поле начинает подавлять критический ток. Зависимоть $j_c \propto 1/B$ довольно часто наблюдается в экспериментах.

Пиннинг сдерживает проникновение вихрей, не давая им пройти вглубь сверхпроводника. Критическое состояние формируется сначала только вблизи его поверхности, тогда как его центральная область остается в мейсснеровском состоянии. С ростом поля область критического состояния постепенно сдвигается к центру, пока не достигнет его. Тогда весь сверхпроводник оказывается в критическом состоянии, а соответствующее поле называется *полем полного проникновения*. В критическом состоянии кривая намагничивания сверхпроводника становится гистерезисной. Его намагниченность сначала растет с полем,

затем насыщается в поле полного проникновения, после чего начинает убывать вследствие подавления критического тока полем.

Сверхпроводящее состояние возникает при критической температуре T_c. Ниже нее в магнитном поле в сверхпроводниках второго рода формируется смешанное состояние. Вблизи T_c тепловые флуктуации и малость величины энергии конденсации и, как следствие, энергии пиннинга препятствуют закреплению вихрей на дефектах, поэтому критическое состояние формируется при более низкой температуре T_d, называемой *температурой депиннинга.* Ее значение зависит от величины магнитного поля и силы пиннинга. В слабых полях разница между T_c и T_d мала.

2.2. Намагничивание сверхпроводящей пленки в поперечном поле

Проникновение магнитного потока в тонкие сверхпроводящие пленки из сверхпроводника второго рода имеет свою специфику. Во-первых, пленки синтезируются на подложках и, как правило, характеризуются сильным пиннигом, источником которого служит граница пленки и подложки, границы монокристаллических блоков, из которых состоит пленка и просто точечные дефекты. Во-вторых, картина проникновения вихрей зависит от ориентации плоскости пленки относительно направления поля. В параллельном поле, приложенном вдоль поверхности пленки, область проникновения вихрей, т. е. полутолщина пленки $d/2$ (вихри входят в нее с двух сторон), сопоставима с размером вихря $\sim 2\lambda$, и формирование критического состояния, по сути, сводится к уплотнению вихревой структуры вдоль длинного размера пленки. В поперечном поле возникает сильный размагничивающий эффект, усложняющий анализ критического состояния. В лабораторной работе исследуется сверхпроводящий переход в ВТСП-ленте в переменном магнитном поле, приложенном ортогонально плоскости ленты, поэтому рассмотрим намагничивание сверхпроводящей пленки в поперечном поле более подробно [3].

Возьмем за основу показанный на рис. 2.1 образец в форме тонкого диска радиусом R и толщной d с большим отношением сторон $D/d \gg 1$, где $D = 2R$ — диаметр диска. Магнитное поле $\mathbf{H}$ наводит в пленке круговой ток, экранирующий это поле. При описании тока удобной величиной является плотность поверхностного тока $J = jd$, независящая от толщины пленки, не всегда известной с надлежащей точностью. В слабом поле

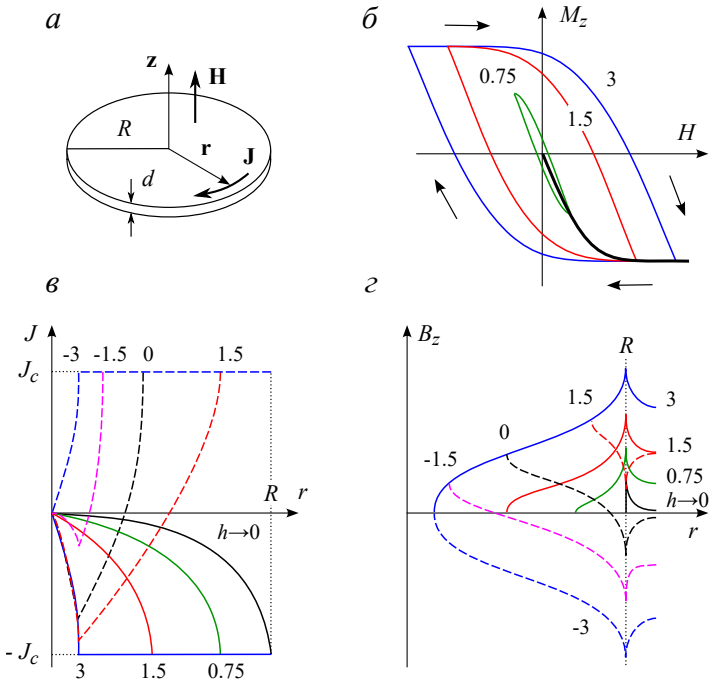

Рис. 2.1. Кривые намагничивания и радиальные распределения тока и индукции магнитного поля в круглой сверхпроводящей пленке: *а* — система координат; *б* — кривые намагничивания в циклически меняющемся поле, стрелками показано направление изменения поля и намагниченности; *в* — радиальные распределения тока при вводе поля (непрерывные линии), его выводе и изменении полярности (пунктирные линии); *г* — то же для индукции магнитного поля

распределение мейсснеровского тока вдоль радиуса r, откладываемого из центра образца, имеет вид

$$J = -\frac{4}{\pi}\frac{H}{\sqrt{(R/r)^2 - 1}}. \tag{2.2}$$

Исходя из удобства вычислений, здесь и далее мы будем использовать систему СИ. Как следует из выражения (2.2), ток расходится при $r \to R$, однако на расстояниях порядка λ от края пленки он ограничен плотностью тока распаривания $j_0 = (2/3)^{3/2}(H_c/\lambda)$. Размагничивающий мейсснеров-

ский ток создает поле, компенсирующее внешнее поле в пленке, а вне ее индукцию поля в плоскости пленки[2] описывает выражение

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \left[1 + \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(r/R)^2 - 1}} - \arcsin \frac{R}{r} \right) \right], \tag{2.3}$$

из которого следует, что индукция сильно возрастает на краю пленки. Анализ показывает, что там ее величина $B = \mu_0 H / \operatorname{th} \sqrt{0.67 d/D}$ [4]. Когда внешнее достигает значения поля проникновения

$$H_p = H_{c1} \operatorname{th} \sqrt{0.67 d/D}, \tag{2.4}$$

вихри начинают проникать в пленку. Пиннинг сдерживает движение вихрей в ее центральную область, поэтому магнитный поток концентрируется на ее краю, где формируется критическое состояние и течет критический ток плотностью $J_c = j_c d$. Область критического состояния представляет собой кольцо с наружным радиусом R и внутренним радиусом $a = R / \operatorname{ch}(2H/J_c)$, уменьшающимся по мере увеличения поля. Область $r < a$ остается в мейсснеровском состоянии, в ней течет экранирующий ток, изменяющийся от J_c при $r = a$ до нуля в центре образца. Радиальные распределения тока и индукции поля в пленке при различных значениях внешнего поля $h = 2H/J_c$ показаны на рис. 2.1, *в, г* сплошными линиями. Циркулирующий в пленке ток создает магнитный момент $\mathbf{M}$, направленный ортогонально ее плоскости. Полевую зависимость момента, показанную на рис. 2.1, *б* черной линией, описывает выражение

$$\mathbf{M} = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^R [\mathbf{J} \times \mathbf{r}] r \, dr \, d\varphi = -\frac{D^3}{3} \mathbf{H} S(h),$$
$$S(h) = \frac{1}{2h} \left(\arccos \frac{1}{\operatorname{ch} h} + \frac{\operatorname{sh} h}{\operatorname{ch}^2 h} \right). \tag{2.5}$$

С ростом поля, когда область критического состояния стягивается в центр образца, момент насыщается, достигая величины $M_s = -\pi R^3 J_c / 3$.

Если после ввода поля его величина уменьшается, вихри, находящиеся на периферии образца, покидают пленку, и градиент их плотности на краю образца меняет знак. Это приводит к изменению полярности критического тока в кольце радиусом от $a_{12} = R / \operatorname{ch}(|H_1 - H_2| / J_c)$ до R. Здесь

[2] Более точно в плоскости $z = 0$, проходящей через середину толщины пленки.

H_1 и H_2 — начальное и конечное значения поля. Распределение тока внутри кольца зависит от разности величин полей $H_1 - H_2$. На рис. 2.1, *в, г* пунктирными линиями показаны радиальные распределения тока и индукции поля, устанавливающиеся, когда поле увеличивается до величины $2H_1 = 3J_c$, а затем уменьшается до $2H_2 = 1.5J_c,\ 0,\ -1.5J_c$ и $-3J_c$. Видно, что при достижении обратной величины первоначального поля $H_2 = -H_1$ образец полностью перемагничивается, в нем «восстанавливаются» профили тока и индукции поля обратного знака. При выводе поля кривая намагничивания становится гистерезисной, ее полевая зависимость описывается как

$$\mathbf{M} = \frac{D^3}{3}\mathbf{H}_1[1 - S(|h_1|) - S(|h_1 - h_2|/2)], \quad h_1 = \frac{2H_1}{J_c},\ h_2 = \frac{2H_2}{J_c}.$$

Петли гистерезиса магнитного момента при изменении поля в пределах $h_2 = \pm 0.75,\ \pm 1.5$ и ± 3 показаны рис. 2.1, *б*. Стрелками указано направление изменения поля и момента. Необратимость намагничивания связана с потерями, возникающими при движении магнитного потока. Энергия поля тратится на перемещение вихрей между центрами пиннинга.

Когда поле $H\cos\omega t$ гармонически осциллирует с частотой ω, магнитный момент пленки изменяется со временем. Фурье-разложение по гармоникам поля позволяет описать зависимость $M(t)$ с помощью функции $S(h)$ при $h = 2H/J_c$ (2.5):

$$M(t) = \frac{D^3}{3}H\sum_{n=1}^{\infty}(\chi'_n\cos n\omega t + \chi''_n\sin n\omega t), \tag{2.6}$$

$$\chi'_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}(1-\cos\theta)S[(h/2)(1-\cos\theta)]\cos n\theta\, d\theta, \tag{2.7}$$

$$\chi''_n = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}\{(1-\cos\theta)S[(h/2)(1-\cos\theta)] - S(h)\}\sin n\theta\, d\theta. \tag{2.8}$$

Связь величин на основной частоте при $n = 1$ можно интерпретировать как комплексную магнитную восприимчивость $\chi_1 = \chi'_1 + i\chi''_1$, связывающую комплексный магнитный момент $M_1 = \chi_1 H_\omega$ с полем $H_\omega = He^{-i\omega t}$. Величина χ'_1 характеризует действительную часть момента, связанную с наведенным током, а χ''_1 — его мнимую часть, вызванную потерями, возникающими при движении вихрей.

Полевые зависимости $\chi'_1(h)$ и $\chi''_1(h)$ показаны на рис. 2.2, там же приведены полевые зависимости модуля $|\chi_1| = \sqrt{{\chi'_1}^2 + {\chi''_1}^2}$ и фазы

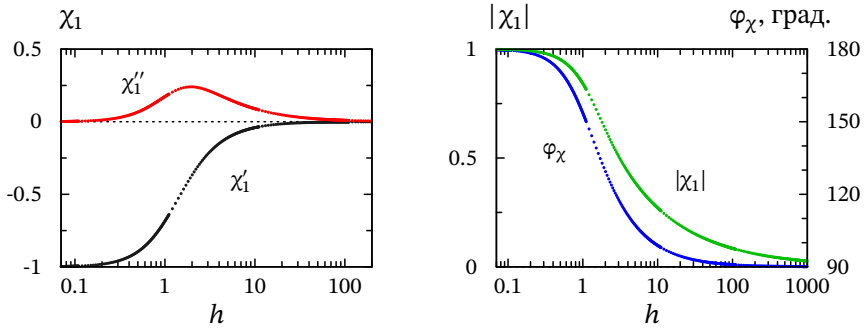

Рис. 2.2. Полевая зависимость комплексной магнитной восприимчивости. Рассчитанные согласно (2.7) и (2.8) действительная и мнимая части магнитной восприимчивости (*слева*) и ее модуль и фаза (*справа*)

$\varphi_\chi = \mathrm{arctg}(\chi_1''/\chi_1')$ комплексной магнитной восприимчивости. Величины χ_1' и $|\chi_1|$ изменяются, соответственно, от минус единицы до нуля и от нуля до единицы. Фаза восприимчивости изменяется от 90 до 180°. Ее мнимая часть достигает максимум $\chi_1'' = 0.241$ в поле $h = 1.942$ [3], которому соответствует равенство $J_c = 2H/1.942 \simeq 1.03H$.

2.3. Сверхпроводящий переход в ВТСП ленте в переменном магнитном поле

В лабораторной работе исследуется лента высокотемпературного сверхпроводника (ВТСП) $GdBa_2Cu_2O_{7-x}$ фирмы Superox, имеющая сложную многослойную структуру. Ее основой является лента сплава Hastelloy толщиной 60–100 мкм, на которую нанесен слой тонких буферных покрытий Al_2O_3 – $LaMnO_3$ – MgO – $LaMnO_3$ – CeO_2:Gd_2O_3, предотвращающих диффузию компонентов сплава в сверхпроводник, согласующих коэффициенты теплового расширения основы и сверхпроводника и формирующих подложку для эпитаксиального роста сверхпроводящей пленки. Сверху поверхность сверхпроводника пассивирована слоем серебра, а вся лента в целом защищена медным покрытием толщиной 20 мкм, стабилизирующим тепловые свойства ленты.

Рассмотрим особенности регистрации перехода в сверхпроводящее состояние ВТСП-ленты методом АС-магнитометрии. При понижении

температуры ниже критической в пленке, минуя мейсснеровскую фазу, формируется смешанное состояния. Для характерной критической температуре ВТСП-лент $T_c \simeq 92$ K, температурной зависимости нижнего критического поля $H_{c1}(T) = H_{c1}(0)[1-(T/T_c)^4]$ и значении $H_{c1}(0) = 412$ Э при температуре ниже T_c на 0.2 K величина поля проникновения (2.4) составляет всего 0.06 Э. Это значение меньше как величины магнитного поля Земли $\sim$ 0.5 Э, так и минимальной амплитуды поля $H \gtrsim 0.1$ Э, используемой в измерениях. В таких условиях при охлаждении ленты вихри сразу проникают в сверхпроводящую пленку, экранирующий ток не образуется, поэтому сигнал $\mathrm{Re}\, M = \Re M \propto \chi_1'$ не меняется, но потери, связанные с движением вихрей в переменном поле, проявляются в появлении отклика $\mathrm{Im}\, M = \Im M \propto \chi_1''$. Ниже температуры депиннинга формирование критического состояния с током, зависящим от температуры, ведет к тому, что отношение $h(T) = H/J_c(T)$ изменяется от бесконечности при $J_c = 0$ до малой величины при $J_c \gg H$, поэтому сверхпроводящий отклик обретает форму кривых, показанных на рис. 2.2, с той лишь разницей, что сигналы $X \propto \Re M$ и $Y \propto \Im M$ зависят от температуры. Конкретный вид кривых $X(T)$ и $Y(T)$ и амплитуды измеряемых сигналов зависят как от амплитуды переменного поля H, так и от зависимости $J_c(T)$ сверхпроводящей пленки. Отметим, что величины измерительных полей используемого в лабораторной работе АС-магнитометра слишком малы, чтобы изменить критическую температуру ВТСП пленки, но достаточны, чтобы оказывать влияние на температуру депиннинга.

Металлические слои ленты влияют на ее отклик. Они немного экранируют поле, но этот эффект слаб, более существенными оказываются возникающие в них потери, приводящие к сдвигу фазы сигналов. Как следствие, после компенсации измерительной схемы при установке образца необходимо дополнительно проверить фазу и при необходимости откорректировать ее. Эта процедура описана далее.

На рис. 2.3 показаны сигналы, измеренные для ВТСП-ленты в разных полях. Чтобы привести данные к одному масштабу, представленные на панелях рис. 2.3, *а, в* сигналы X и Y нормированы на амплитуду измерительного поля H. В таком виде они пропорциональны компонентам восприимчивости, $kX/H = (D^3/3)\chi_1'$ и $kY/H = (D^3/3)\chi_1''$, с точностью до множителя, связанного с размером образца, и калибровочного коэффициента магнитометра k. Панель рис. 2.3, *б* демонстрирует температурное изменение фазы комплексной восприимчивости $\varphi = \mathrm{arctg}(Y/X) = \mathrm{arctg}(\chi_1''/\chi_1')$. Особенностью измерительной установки является то, что вычисляемая фаза смещается на $-360°$ при достижении

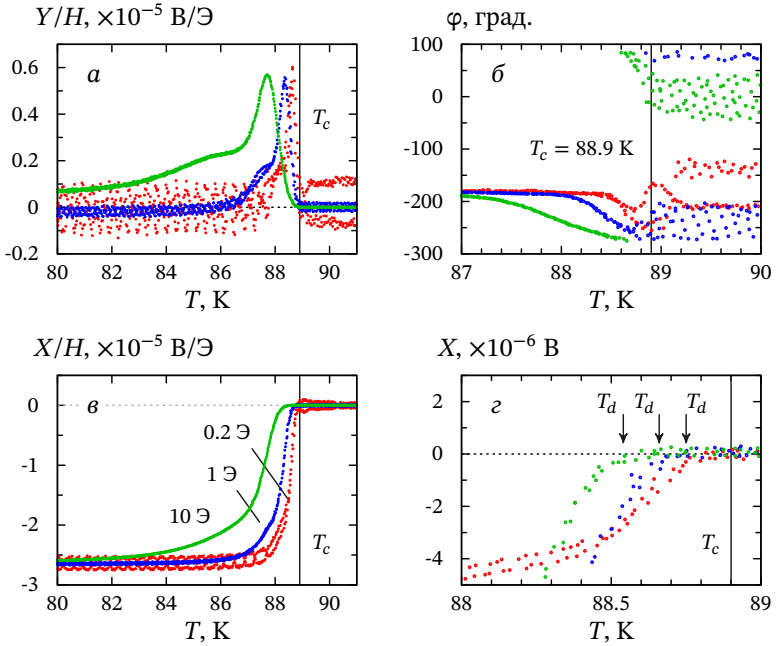

Рис. 2.3. Температурные зависимости сигналов ВТСП-ленты. Красные кривые измерены в поле $H = 0.2$ Э, синие и зеленые — в полях 1 и 10 Э. Кривые на левых панелях нормированы на амплитуду измерительного поля

$\varphi = 90°$ или на 360° — при $\varphi = -270°$. С этим связан «разрыв» кривых, сшивающихся, при добавлении указанных величин.

Анализ кривых показывает, что для всех полей изменение сигналов χ_1'' начинается при температуре $T_c = 88.9$ К, показанной вертикальной линией на панелях рис. 2.3. При этой же температуре начинает изменяться и фаза сигналов, но для данного образца это отчетливо видно лишь в поле 10 Э, а в более слабых полях изменение тонет в шумах. В области сверхпроводящего перехода фаза изменяется на 90°, достигая величины −180° при низких температурах. С учетом обсуждавшегося сдвига, такое поведение соответствует изменению параметра $h(T)$ от бесконечности до нуля (см. рис. 2.2). Кривые $\chi_1''(T)$ имеют ярко выраженный пик, подтверждающий модельное поведение, показанное на левой панели рис. 2.2, однако измеряемый пик имеет два горба. Появление

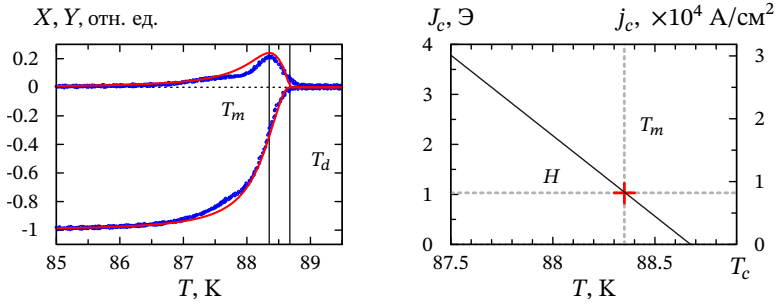

Рис. 2.4. Температурные зависимости компонент магнитной восприимчивости и плотности критического тока. *Слева:* температурные зависимости компонент комплексной магнитной восприимчивости (точки) и их подгонка зависимостями (2.7), (2.8) и (2.9). *Справа:* температурная зависимость плотности критического тока, полученная в результате подгонки

второй особенности на кривой $\chi_1''(T)$ вызвано нарушением кислородной стехиометрии (дефицитом кислорода) и неоднородным распределением кислородных вакансий в $GdBa_2Cu_2O_{7-x}$. В слабых полях восприимчивость χ_1'' зануляется при низких температурах, но кривая, снятая в поле 10 Э, демонстрирует лишь медленное затухание с понижением температуры. Это объясняется влиянием магнитного поля на критический ток. Рост магнитной индукции (см. рис. 2.1) ведет к уменьшению J_c на краю образца (2.1) и увеличению потерь, связанных с движением вихрей. О частичном подавлении критического тока полем 10 Э свидетельствует также отсутствие низкотемпературного насыщения восприимчивости χ_1', которое наблюдается в полях 1 и 0.2 Э. На панели рис. 2.3, *в* видно, что нормированная кривая $X(T)/H$, снятая в поле 10 Э, лежит выше кривой, снятой в поле 1 Э, насыщающейся при $T \lesssim 83$ K. Сигнал $\chi_1'(T)$ начинает изменяться при более низких температурах, чем $\chi_1''(T)$. Это демонстрирует панель рис. 2.3, *г,* на которой кривые представлены в увеличенном масштабе без нормировки на поле. Как видно, даже для кривой, измеренной в поле 0.2 Э, температура депиннинга ниже, чем критическая.

На рис. 2.4 приведены результаты подгонки компонент комплексной магнитной восприимчивости, измеренной в поле 1 Э, выражениями (2.7), (2.8) и температурной зависимостью параметра

$$h = \frac{2H}{J_c(0)(1 - T/T_d)^n}, \tag{2.9}$$

где $J_c(0)$ — плотность критического тока при нулевой температуре. Перед подгонкой сигналы X и Y приводились к величинам χ_1' и χ_1'' с помощью нормировки на значение $|X_{\min}|$, достигаемое на низкотемпературной полочке зависимости $X(T)$ (см. рис. 2.3). Нормированная зависимость $X(T)$ изменяется от нуля при высоких температурах до минус единицы — при низких, что соответствует $\chi_1' \to -1$ при $h \to 0$ (см. рис. 2.2), когда $T \to 0$ и $H \ll J_c(0)$. В подгонке использовалась измеренная температура депиннинга (см. рис. 2.3), а подгоночными параметрами являлись отношение $2H/J_c(0)$ и показатель степени температурной зависимости критического тока n.

Как видно на левой панели рис. 2.4, модельные кривые хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями. Небольшие расхождения по-видимому вызваны с упоминавшимся дефицитом кислорода в сверхпроводящей пленке. Из полученной в результате подгонки температурной зависимости плотности критического тока, приведенной на правой панели рис. 2.4, следует, что при отходе от температуры депиннинга менее чем на полтора градуса величина J_c становится почти в четыре раза больше измерительного поля. Полученное отношение $2H/J_c(0) = 0.007$ и значение $n = 1$ при толщине пленки $d \simeq 1$ мкм соответствуют плотности критического тока $j_c(0) = J_c(0)/d \simeq 2.3 \cdot 10^6$ А/см^2. Данные величины характерны для высокотемпературной компоненты критического тока ВТСП-пленок, а при низких температурах $T < 30$ K критический ток возрастает за счет пиннинга вихрей кислородными вакансиями [5]. Отметим, что упоминавшееся ранее соотношение $2H/J_c(T_m) = 1.942$, связывающее измерительное поле с плотностью критического тока при температуре максимума зависимости $\chi_1''(T)$, хорошо выполняется: пересечение прямых T_m и H на рис. 2.4 в точности ложится на зависимость $J_c(T)$.

Из приведенных данных следует, что измерения сверхпроводящего перехода ВТСП-лент методом АС-магнитометрии позволяют не только определить критическую температуру, но и оценить величину критического тока и его температурную зависимость в слабых полях.

2.4. Порядок выполнения работы

2.4.1. Проведение измерений

• Установите измерительную вставку в дьюар с жидким азотом, включите измерительную аппаратуру и загрузите управляющую программу, как описано в трех начальных пунктах разд. 1.6.1.

• Охладите вставку, застабилизируйте температуру 80 K, установите усреднение сигналов по пяти измерениям, коэффициент усиления — 100, частоту измерения — 117 Гц, ток катушки возбуждения — 10 мА и выполните настройку измерений, как описано на с. 16–19.

• Установите образец так, чтобы его держатель выступал на высоту 10–15 см от верха сальникового уплотнения (см. рис. 1.2), выждите 1–2 мин, чтобы охладить держатель и не допустить перегрева измерительной зоны,[3] после чего опустите образец в измерительную катушку и выставите его так, чтобы сигнал «R» был максимален.

• После установки образца подстройте «Сдвиг фазы» так, чтобы сигнал «Y» стал нулевым.

Внимание !	Даная операция, выполняемая только в этом поле, определяет качество всех измерений. В более слабых полях настройка «Сдвига фазы» осложнена шумами, а в более сильных полях сигнал потерь может быть ненулевым.

• Установите скорость развертки температуры 1 K/мин, минимальную и максимальную температуру, соответственно, 80 и 94 K, установите тип развертки по оси абсцисс «Температура», создайте имя файла для сохранения данных, нажмите кнопку Очистить , запустите развертку кнопкой ► и нажмите кнопку СТАРТ для сохранения данных. Проведите измерение.

• После достижения максимальной температуры развертки выключите нагреватель, переведя его в положение «Выкл». Поднимите образец на высоту 10–12 см над измерительной катушкой, откройте окно «Настройка», установите ток катушки возбуждения 2 мА, и выполните компенсацию астатической пары катушек, не меняя «Сдвига фазы» сигнала.

[3] На охлаждение измерительной зоны до стабильной температуры после ее перегрева может уйти значительное время.

Закройте окно «Настройка», дождитесь охлаждения измерительной зоны до 80 K, и при понижении температуры на одну-две сотых градуса включите стабилизацию температуры, переведя нагреватель в положение «Вкл». Включение нагревателя при более высокой или низкой температуре значительно увеличит время выхода на режим стабильной температуры.

- При необходимости откройте окно «Настройка», и скомпенсируйте напряжение астатической пары более точно.
- Установите образец в измерительную катушку, выждите 1–2 мин, и выполните измерения по описанной ранее схеме, после чего проведите измерения при токах катушки возбуждения 20, 50 и 100 мА.
- По окончании измерений закройте окно измерительной программы, нажав кнопку Выход... . Скопируйте себе данные измерений, выключите компьютер и измерительные приборы. Достаньте измерительную вставку, и поставьте ее отогреваться. Разберите крепежный узел азотного дьюара, и закройте дьюар крышкой.

2.4.2. Обработка результатов измерений

- Постройте сигналы $Y(T)/H$ и $\varphi(T)$ (см. рис. 2.3), определите критическую температуры ВТСП-ленты и нанесите ее на графики.
- Постройте сигналы $X(T)/H$ и отдельно $X(T)$ в области начала сверхпроводящего перехода. Определите температуры депиннинга, и нанесите их на графики. Постройте зависимость $(1 - T_d(H)/T_c)$, подгоните ее функцией типа $y = ax^s$ с помощью параметров $a - s$.
- Постройте сигналы $X(T)/X^*$ и $Y(T)/X^*$, измеренные в поле 1 Э, взяв в качестве нормирующего значения X^* среднюю величину модуля сигнала X в диапазоне температур 80–81 K. Постройте модельные зависимости $\chi_1'(T)$ и $\chi_1''(T)$ и подгоните ими нормированные сигналы. Для этого воспользуйтесь программой расчета магнитной восприимчивости, прилагаемой к настоящей работе, или напишите свою программу. Нанесите модельные зависимости на графики.
- Проведите аналогичную подгонку кривых, измеренных в поле 5 Э.
- Аналогично рис. 2.4 постройте температурную зависимость плотности критического тока ВТСП-ленты, полученную в результате наилучшей подгонки. Определите температуру, при которой сигнал $Y(T)$ достигает максимума, нанесите точку $J_c(T_m)$ на график $J_c(T)$.

• Для диаметра образца $D = 4.55$ мм определите калибровочный коэффициент магнитометра на частоте 117 Гц:

$$k = \frac{D^3 H}{3X^*} \quad [\text{А}\cdot\text{м}^2/\text{В}].$$

Исходя из шумов измерений, взяв величину, вдвое превышающую амплитуду шумов напряжения V_n на графиках $X(T)$ в области начала сверхпроводящего перехода, оцените чувствительность измерения магнитного момента $\delta M = 2kV_n$.

• Оформите отчет по лабораторной работе, приложив к нему построенные графики и полученные значения параметров T_c, $j_c(0)$, n, a, s, k, δM.

Моделирование компонент магнитной восприимчивости

Написанная на языке FORTRAN программа моделирования компонент магнитной восприимчивости рассчитывает зависимости $\chi_1'(T)$ и $\chi_1''(T)$ согласно (2.7), (2.8) и (2.9). Значения температуры депиннинга T_d, показателя степени n и отношения $h = 2H/J_c(0)$ задаются в файле Td_n_h.dat, структура которого показана на рис. 2.5. Программа считывает строку данных и делает расчет кривых в диапазоне температур 78–93 К. Загружается только первая строка численных данных, а остальные можно использовать для хранения параметров уже сделанных вычислений. Чтобы воспроизвести их снова, достаточно переместить соответствующую стоку в начало файла.

Рис. 2.5. Структура файла данных

```
   Td      n      h
 90.525   .9    .011
 88.675   1     .007
   ...    ...    ...
```

```
Td = 90.5000 K
power = 0.9000
2H/Jcd = 0.0110
     T          Chi'         Chi"        Module         Phi
0.7800E+02  -0.9987E+00  0.8212E-03  0.9987E+00  -0.4711E-01
    ...          ...          ...         ...          ...
```

Рис. 2.6. Структура файла с расчетными кривыми

Рассчитанные кривые записываются в файл fit_Td_n_h.dat, пример которого показан на рис. 2.6. В заголовке файла приводятся параметры

расчета, а далее следуют колонки с вычисленными значениями температуры, компонентов восприимчивости, ее модуля и фазы.

2.5. Контрольные вопросы

1. Что такое смешанное состояние сверхпроводника, и чем вызвано его формирование?
2. Что такое критическое состояние сверхпроводника, и с чем связано его формирование?
3. Что такое пиннинг вихрей, и чем он обусловлен?
4. В чем различие между критической температурой сверхпроводника и температурой депиннинга?
5. Какое условие характеризует плотность критического тока?
6. Как изменяются с температурой компоненты комплексной магнитной восприимчивости тонкой сверхпроводящей пленки в переменном магнитном поле, приложенном ортогонально ее плоскости?
7. Как металлические слои ВТСП-ленты влияют на измеряемые сигналы?

Лабораторная работа 3

Скин-эффект в меди

Цель: изучение скин-эффекта в меди, определение температурных зависимостей удельного сопротивления, длины свободного пробега и толщины скин-слоя в диапазоне 80–300 K.

Двигаясь, электроны зоны проводимости в металлах рассеиваются на дефектах кристаллической решетки, ее колебаниях — *фононах* — и примесных ионах, поэтому их импульсы изменяются с характерным временем τ, называемым *временем релаксации импульса*. Рассеяние на фононах определяет сильную температурную зависимость τ, так как интенсивность и спектр колебаний решетки изменяются с температурой. За время релаксации импульса электроны проходят расстояние, равное *длине свободного пробега* ℓ. Для электронных состояний вблизи поверхности Ферми ее величина $\ell = \hbar k_{\mathrm{F}}\tau/m^*$ определяется величиной τ, волновым вектором Ферми, $k_{\mathrm{F}} = (3\pi^2 n)^{1/3}$, однозначно связанным с плотностью электронов n, эффективной массой электронов m^* и постоянной Планка $\hbar$. В отсутствии внешних полей усреднение скоростей электронов предотвращает появление макроскопического электрического тока $\mathbf{j} = (e/V)\sum_i \mathbf{v}_i = ne\langle\mathbf{v}\rangle = 0$. Здесь e — заряд электрона, V — объем тела, n — плотность электронов. Приложенное к металлу постоянной электрическое поле $\mathbf{E}$ изменяет распределение скоростей и формирует ток $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$. В изотропных металлах коэффициент, связывающий плотность тока с напряженностью поля, называемый *удельной электрической проводимостью*,

$$\sigma = (e^2/3)g v_{\mathrm{F}}\ell, \tag{3.1}$$

зависит от плотности состояний на поверхности Ферми g, скорости Ферми v_F и длины свободного пробега. В общем случае удельная проводимость является тензором второго ранга, а если поверхность Ферми содержит как электронные, так и дырочные участки, полная проводимость складывается из электронной и дырочной.

В изотропных металлах с наполовину заполненной зоной Бриллюэна и сферической поверхностью Ферми, к каковыми принадлежат щелочные металлы, а также медь, серебро и золото, проводимость определяют только длина свободного пробега и плотность электронов:

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m^*} = \frac{ne^2\ell}{\hbar k_F} = \frac{e^2 n^{2/3}\ell}{(3\pi^2)^{1/3}\hbar}.$$

Зону проводимости меди, имеющей ГЦК решетку и электронную структуру $3d^{10}4s^1$, формируют s электроны, концентрация которых равна $n = 4/a^3$, где a — параметр решетки. В таком случае выражение для проводимости сводится к

$$\sigma = \left(\frac{16}{3\pi^2}\right)^{1/3} \frac{e^2}{\hbar a^2}\ell. \tag{3.2}$$

Среди величин, входящих в (3.2), с точностью до пренебрежимо малого теплового расширения $a(T)$, с температурой изменяется лишь ℓ. Из температурной зависимости проводимости меди, показанной на рис. 3.1 согласно [6], следует, что в диапазоне от температуры плавления до $T \to 0$ длина свободного пробега увеличивается примерно на четыре порядка. При комнатной температуре ее значение составляет $\ell = 383$ Å.

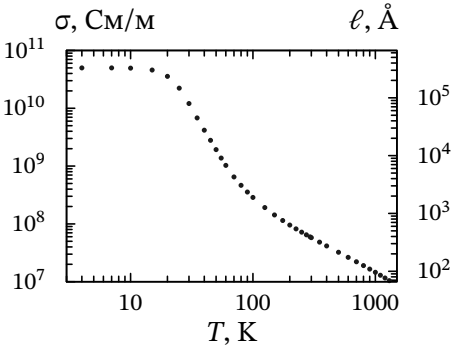

Рис. 3.1. Температурная зависимость проводимости и длины свободного пробега в меди

3.1. Нормальный скин-эффект

В поле электромагнитной волны на электроны действуют силы со стороны как электрического, так и магнитного поля. Проникая внутрь металла, поле индуцирует токи, называемые *токами Фуко*. При не слишком больших частотах, вплоть до $\nu \lesssim 10^{10}$ Гц, они связаны с электрическим полем обычным выражением $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$.

Если длина волны в металле много больше длины свободного пробега $\lambda \gg \ell$, анализируя взаимодействие волны с электронами проводимости, поля можно считать однородными. Рассмотрим этот случай для изотропного немагнитного металла и запишем для него уравнения Максвелла:

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -(1/c)\partial\mathbf{H}/\partial t, \tag{3.3}$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = (4\pi/c)\mathbf{j} = (4\pi/c)\sigma\mathbf{E}, \tag{3.4}$$

где c — скорость света. Мы пренебрежем разницей между напряженностью и индукцией магнитного поля, $\mathbf{B} = (1 + 4\pi\chi)\mathbf{H} \simeq \mathbf{H}$, считая магнитную восприимчивость малой величиной $4\pi\chi \ll 1$.

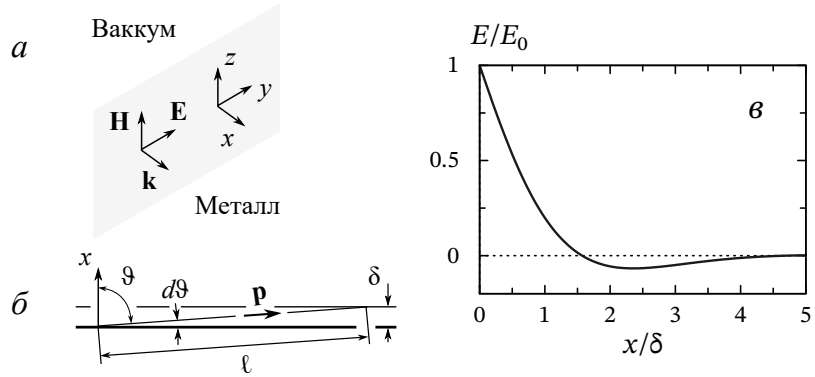

Рис. 3.2. Схема проникновения электромагнитной волны в металл: *а* — направления векторов; *б* — геометрия вычислений в рамках «концепции неэффективности»; *в* — затухание амплитуды электрического поля в металле

Пусть металл занимает полупространство $x > 0$, и плоская электромагнитная волна с частотой $\omega = 2\pi\nu$ и волновым вектором k падает нормально на его поверхность, причем векторы $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ направлены, соот-

ветственно, по осям y и z, как показано на рис. 3.2, *а*. Тогда электрическое и магнитное поле описывают выражения[1]

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(kr-\omega t)}, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(kr-\omega t)}. \tag{3.5}$$

Подставив их в (3.3) и (3.4), получим

$$ikE_y = (i\omega/c)H_z, \qquad -ikH_z = (4\pi/c)\sigma E_y.$$

Из этих соотношений получим значение волнового вектора

$$k = \frac{\sqrt{4\pi i\omega\sigma}}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\sigma}{\nu}}(1+i) = k_1 + ik_2. \tag{3.6}$$

Подставляя его в (3.5), видим, что электромагнитного поле экспоненциально затухает по мере прохождения в глубь металла, E, $H \propto \exp(-k_2 x)$, проникая лишь в его поверхностный слой. Это явление называется скин-эффектом. Определим толщину скин-слоя, или *глубину проникновения*, как

$$\delta = k_2^{-1} = \frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{\frac{\nu}{\sigma}}, \tag{3.7}$$

и запишем волновой вектор в виде

$$k = (1+i)/\delta. \tag{3.8}$$

Проникновение электромагнитного поля в металл характеризуют следующие зависимости:

$$H_z(x) = H_0 e^{-x/\delta} e^{i(x/\delta-\omega t)}, \tag{3.9}$$

$$E_y(x) = \frac{\omega}{kc}H_z = E_0 e^{-x/\delta} e^{i(x/\delta-\omega t)}, \quad E_0 = H_0\sqrt{\frac{\omega}{4\pi\sigma}}. \tag{3.10}$$

Вместе с электрическим полем по тому же закону будет распределена плотность токов Фуко $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$. Данные зависимости описывают «нормальный» скин-эффект. Затухание амплитуды электрического поля в металле показано на рис. 3.2, *в*.

Полученные выражения справедливы при $\delta \gg \ell$, но отношение $\delta/\ell(T)$ при понижении температуры от комнатной до 10 К уменьшается на три порядка (см. рис. 3.1), поэтому при низких температурах предположение об однородности поля волны на длине свободного пробега

[1] Разность фаз компонентов волны входит в величины $\mathbf{E}_0$ и $\mathbf{H}_0$.

электронов может не выполняться. Тогда простое выражение, связывающее плотность тока с электрическим полем $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ неприменимо, и в уравнениях нужно учитывать пространственную неоднородность полей [7, 8]. Перейдем к анализу этого случая, называемого *аномальным скин-эффектом*.

3.2. Аномальный скин-эффект

Рассмотрим физическую картину в предельной ситуации, когда $\ell \gg \delta$. Делокализованные электроны движутся во всех направлениях. Те из них, чей импульс $\mathbf{p}$ направлен под большим углом к поверхности, проводят в электрическим поле лишь малую долю времени (в масштабах τ) и поэтому практически с ним не взаимодействуют. Те же, что движутся параллельно или под малым углом к поверхности, ускоряются электрическим полем и отбирают у волны часть энергии. Так как проводимость пропорциональна числу электронов, выделим из полной проводимости часть $\sigma_{\text{эф}}$, связанную с электронами, эффективно взаимодействующими с электромагнитной волной, и будем использовать ее в вычислениях. Такое приближение, называемое *концепцией неэффективности,* позволяет получить корректную связь глубины проникновения с параметрами металла.

В изотропном металле число электронов с импульсами, направленными в пределах телесного угла $d\Omega$, пропорционально величине угла. В нашем случае «эффективными» электронами являются те, что на протяжении длины свободного пробега движутся в пределах скин-слоя. Как показано на рис. 3.2, *б*, их импульс отклоняется от поверхности на угол $d\vartheta \lesssim \delta/\ell$, следовательно,

$$d\Omega \simeq 2\pi \sin\vartheta d\vartheta \simeq 2\pi d\vartheta \simeq 2\pi\delta/\ell, \qquad \vartheta \simeq \pi/2.$$

Эффективная плотность таких электронов оценивается как

$$n_{\text{эф}} \simeq n d\Omega/4\pi \simeq n\delta/2\ell,$$

а связанная с ними эффективная проводимость тоже должна содержать множитель порядка δ/ℓ. Представим ее в виде

$$\sigma_{\text{эф}} = ib\sigma/k\ell, \tag{3.11}$$

где k — волновой вектор; b — действительный коэффициент порядка единицы. Такая запись формально возможна так как $\delta = k_2^{-1}$, а $k_1 \simeq k_2$.

В действительности формула (3.11) отражает то обстоятельство, что в строгой теории при $|k\ell| \gg 1$ роль длины свободного пробега начинает играть величина i/k [7]. Подставим (3.11) вместо σ в выражение для k (3.6) и получим связь волнового вектора с параметрами волны и металла при аномальном скин-эффекте:

$$k = \left[4\pi\omega b\sigma/c^2\ell\right]^{1/3} \mathrm{e}^{i\pi/3}. \tag{3.12}$$

Точное решение задачи взаимодействия электронов с неоднородным полем электромагнитной волны дает значение $b = 3^5\sqrt{3}\pi/2^8$ [8] и

$$k = \frac{9\pi}{2\lambda}\left(\frac{1}{4\sqrt{3}}\frac{\sigma\lambda}{\nu\ell}\right)^{1/3} \mathrm{e}^{i\pi/3}. \tag{3.13}$$

Отличительной особенностью аномального скин-эффекта является отсутствие зависимости волнового вектора от температуры, так как согласно (3.1) отношение σ/ℓ пропорционально скорости Ферми v_{F} и плотности состояний на поверхности Ферми g, которые с температурой практически не меняются.

3.3. Магнитный момент проводника в переменном поле

Токи Фуко, возникающие в металлическом образце под действием внешнего переменного электромагнитного поля, порождают магнитный момент **M**, зависящий от проводимости. Компоненты магнитного момента являются линейными функциями магнитного поля:

$$M_i = V\alpha_{ik}H_k \tag{3.14}$$

где безразмерные коэффициенты $\alpha_{ik}(\omega)$ зависят от формы тела и его ориентации во внешнем поле, но не от его объема. **M** и **H** в этой формуле полагаются комплексными величинами, поэтому и коэффициенты α_{ik}, вообще говоря, комплексны. Тензор α_{ik} можно назвать *тензором магнитной поляризуемости тела как целого.* Он относится к категории величин, известных как обобщенные восприимчивости, и обладает всеми их свойствами, в частности, он симметричен: $\alpha_{ik} = \alpha_{ki}$.

Магнитный момент проводника в переменном магнитном поле, создаваемый токами проводимости, отличен от нуля даже при $\mu = 1$, когда

магнитная восприимчивость χ равна нулю и статический момент также обращается в нуль. Последний должен получаться из $\mathbf{M}(\omega)$ в пределе при $\omega \to 0$. Отсюда следует, что вещественная часть магнитной поляризуемости при $\omega \to 0$ стремится к постоянному значению, равному нулю при $\mu = 1$.

Определим магнитную поляризуемость изотропного проводящего цилиндра радиусом R и длиной $L \gg R$ в однородном переменном магнитном поле $\mathbf{H}(\omega)$, параллельном его оси. Магнитное поле параллельно оси цилиндра во всем пространстве, а внутри цилиндра его описывает симметричное решение двумерного уравнения $\nabla^2 f + k^2 f = 0$, обращающееся в единицу при $r = R$:

$$\mathbf{H}_i = f(r)\mathbf{H} = \frac{J_0(kr)}{J_0(kR)}\mathbf{H}.$$

$J_0(x)$ — функция Бесселя первого рода. В цилиндрических координатах, когда поле приложено вдоль оси z, совпадающей с осью цилиндра, токи Фуко имеют только компоненту j_φ, определяемую уравнением Максвелла, в данном случае принимающем вид

$$-\frac{\partial H_i}{\partial r} = \frac{4\pi}{c} j_\varphi.$$

Наведенный магнитный момент единицы длины цилиндра $\mathbf{m} = \mathbf{M}/L = \pi R^2 \alpha \mathbf{H}$ направлен против поля:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2c}\int_0^R \int_0^{2\pi} \mathbf{r} \times \mathbf{j}\, r dr d\varphi = -\frac{1}{4}\int_0^R \frac{\partial \mathbf{H}_i}{\partial r} r^2 dr.$$

Вычислив интеграл, получим

$$\mathbf{m} = -\frac{R^2 \mathbf{H}}{4}\left[1 - \frac{2}{kR}\frac{J_1(kR)}{J_0(kR)}\right],$$

откуда

$$\alpha = -\frac{1}{4\pi}\left[1 - \frac{2}{kR}\frac{J_1(kR)}{J_0(kR)}\right]. \tag{3.15}$$

Входящие в выражение (3.15) функции Бесселя первого рода имеют удобные для вычислений интегральные представления:

$$J_n(x) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi \cos(n\tau - x\sin\tau) d\tau = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{i(n\tau - x\sin\tau)} d\tau. \tag{3.16}$$

Используя формулу (3.15) вместе с выражениями (3.6) и (3.13), из измерений температурной зависимости АС-восприимчивости немагнитного металла в форме длинного цилиндра в магнитном поле, приложенном параллельно оси цилиндра, можно определить температурные зависимости толщины скин-слоя и проводимости.

3.4. Системы единиц

Ранее в выкладках использовалась система СГС, однако электрические величины удобней вычислять в системе СИ, в которой для тока введена специальная единица ампер. В данной системе удельная проводимость исчисляется в [См/м], где См — сименс, а удельное сопротивление $\rho = 1/\sigma$ в [Ом·м]. В уравнениях электродинамики и электростатики скорость света заменяют два коэффициента, $1/c^2 = \varepsilon_0\mu_0$: электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8.8542 \cdot 10^{-12}$ [Ф/м] (Ф — фарада) и магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ [Гн/м] (Гн — генри). Они входят в выражения для электрических и магнитных величин, но самостоятельного физического смысла не имеют.

В системе СИ выражение (3.7) примет вид

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\mu_0\mu\omega}} = \frac{5}{\pi}\sqrt{\frac{\rho\,[\text{мкОм·см}]}{\mu\nu\,[\text{кГц}]}}\ [\text{мм}]. \tag{3.17}$$

Здесь $\mu = 1 + \chi$ — относительная магнитная проницаемость, равная единице в нашем случае. Глубина проникновения аномального скин-эффекта вычисляется как

$$\delta = \frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{\rho\ell}{b\mu_0\mu\omega}\right)^{1/3} = 12.38\left(\frac{a^2\,[\text{Å}^2]}{\mu\nu\,[\text{кГц}]}\right)^{1/3}\ [\text{мкм}]. \tag{3.18}$$

Коэффициент 12.38 рассчитан для изотропного металла со сферической поверхностью Ферми и ГЦК-структурой.

3.5. Порядок выполнения работы

3.5.1. Проведение измерений

- Установите измерительную вставку в дьюар с жидким азотом, включите измерительную аппаратуру и загрузите управляющую программу, как описано в трех начальных пунктах разд. 1.6.1.

• Охладите вставку, застабилизируйте температуру 80 К, установите усреднение сигналов по пяти измерениям, коэффициент усиления — 100, частоту измерения — 777 Гц, ток катушки возбуждения — 100 мА и выполните настройку измерений, как описано на с. 16-19.

• Установите образец так, чтобы его держатель выступал на высоту 10–15 см от верха сальникового уплотнения (см. рис. 1.2), выждите 2–3 мин, чтобы охладить держатель и не допустить перегрева измерительной зоны,[2] после чего опустите образец в измерительную катушку и выставите его так, чтобы сигнал «R» был максимален. Выждите 1–2 мин и приступите к измерениям.

• Создайте рабочую папку с файлом Cu_777Hz_100mA_80K.dat. Проведите измерения длительностью порядка двух минут и запишите в него результаты.

• Застабилизируйте температуру 80 К, нажмите кнопку Очистить и проведите измерения в течение приблизительно двух минут.

• Установите развертку температуры от 80 до 90 К со скоростью 3 К/мин, включите ее и, достигнув температуры 90 К, выдержите эту температуру, наблюдая изменение сигналов, до тех пор, пока они не перестанут уменьшаться. Введите новое имя файла, нажмите кнопку Очистить и проведите измерения в течение приблизительно двух минут. Затем, последовательно нагревая образец, аналогичным образом измерьте сигналы при температуре 100 К и далее от 125 до 300 К с шагом 25 К, увеличив скорость развертки температуры до 5 К/мин при нагреве на 25 К. Если на весь цикл измерений не хватит времени, пропустите температуры 225 и 275 К.

• По окончании измерений закройте окно измерительной программы, нажав кнопку Выход... . Скопируйте себе данные измерений, выключите компьютер и измерительные приборы. Достаньте измерительную вставку и поставьте ее отогреваться. Разберите крепежный узел азотного дьюара, и закройте дьюар крышкой.

3.5.2. Обработка результатов измерений

• Используя значение периода кристаллической структуры меди $a = 3.615$ Å и данные о ее удельном сопротивлении из табл. 3.1, по формулам (3.2), (3.17) и (3.18) оцените длину свободного пробега и глубину

[2] На охлаждение измерительной зоны до стабильной температуры после ее перегрева может уйти значительное время.

проникновения нормального и аномального скин-эффекта при 80 K. Какой тип эффекта исследовался в лабораторной работе?

Таблица 3.1

Удельное сопротивление меди согласно [6]

T, K	ρ, мкОм·см	T, K	ρ, мкОм·см	T, K	ρ, мкОм·см	T, K	ρ, мкОм·см
1	0.002	45	0.0358	175	0.874	600	3.792
4	0.002	50	0.0518	200	1.046	700	4.514
7	0.002	55	0.0727	225	1.217	800	5.262
10	0.00202	60	0.0971	250	1.387	900	6.041
15	0.00218	70	0.154	273.15	1.543	1000	6.858
20	0.0028	80	0.215	293	1.678	1100	7.717
25	0.00449	90	0.281	300	1.725	1200	8.626
30	0.00828	100	0.348	350	2.063	1300	9.592
35	0.0147	125	0.522	400	2.402	1357.6	10.171
40	0.0239	150	0.699	500	3.090		

- Используя файл Cu_rho(T).dat с данными температурной зависимости удельного сопротивления меди и программу ChiAC_Cu, рассчитайте сигналы АС-восприимчивости медного образца диаметром 2.2 мм на частоте проведенных измерений:

Структура файла Cu_rho(T).dat:

```
T[K]   rho[мкОм·см]
1      0.00200
4      0.00200
...    ...
```

Запуск программы: `ChiAC_Cu` *`имя файла`*.

Постройте температурные зависимости рассчитанных сигналов Re, Im, Module, Phase.

- Для всех температур определите средние значения и погрешности измеренных сигналов X, Y, R. Вычтите из них значения, полученные ранее в измерениях *нулевой линии*. Если в наборе данных нулевой линии отсутствуют точки с требуемой температурой, интерполируйте их по двум ближайшим значениям.

Внимание !	В дальнейшей обработке нужно использовать сигналы с вычтенной нулевой линией.

• Определите коэффициент пропорциональности расчетных и измеренных данных, взяв отношение значений Module (расчетные данные) и R (измеренный сигнал) при 150 К. Добавьте расчетные данные, умноженные на коэффициент пропорциональности, к температурным зависимостям измеренных сигналов. Фазу сигналов FI корректировать и нормировать не следует.

• Сделайте файл (копию файла Cu_rho(T).dat) с названием Cu_fit.dat, удалите в нем данные для температур ниже 80 К и выше 300 К и рассчитайте для него сигналы. Изменяя значение удельного сопротивления при 80 К, подгоните расчетный сигнал Module, умноженный на коэффициент пропорциональности, под измеренный сигнал R. Аналогичным образом выполните подгонку для всех температур эксперимента.

• В диапазоне температур 70–320 К постройте температурные зависимости измеренных, расчетных и подогнанных сигналов.

• В диапазоне температур 70–320 К, используя справочные данные файла Cu_rho(T).dat и результаты подгонки файла Cu_fit.dat, постройте температурные зависимости удельного сопротивления (в мкОм·см), длины свободного пробега (в Å), глубины проникновения (в мм) и отношения δ/ℓ.

3.6. Контрольные вопросы

1. Какой процесс определяет температурную зависимость сопротивления металлов?
2. Что такое длина свободного пробега?
3. Как длина свободного пробега изменяется с температурой?
4. Что такое скин-эффект и глубина проникновения?
5. Чем различаются нормальный и аномальный скин-эффект?
6. Как изменяется с температурой глубина проникновения в нормальном и аномальном скин-эффекте?
7. В чем причина появления магнитного момента у металлического образца в переменном магнитном поле?

Лабораторная работа 4

Магнитные переходы в диспрозии

Цель: изучение антиферромагнитного и ферромагнитного перехода и определение энергий обменного взаимодействия в металлическом диспрозии.

4.1. Обменное взаимодействие

Магнитный порядок возникает благодаря обменному взаимодействию в веществах, содержащих ионы с электронными оболочками, обладающими ненулевым спином. Обменное взаимодействие имеет чисто квантовую электростатическую природу. Оно возникает при перекрытии волновых функций ионов и формировании общего электронного состояния, которое должно быть антисимметрично относительно перестановки электронов, образующих это состояние.

Рассмотрим взаимодействие двух электронов. Они движутся и имеют кинетическую энергию, которая не дает вклада во взаимодействие, и потому ее можно опустить из рассмотрения. Заряды электронов e определяют электростатическое кулоновское взаимодействие

$$V = \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|},$$

а их магнитные моменты дают дипольное взаимодействие

$$V_d = -\frac{\boldsymbol{\mu}_1\boldsymbol{\mu}_2 - 3(\boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{e})(\boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{e})}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3}, \qquad \mathbf{e} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}.$$

Магнитные моменты $\boldsymbol{\mu} = 2\mu_{\text{B}}\mathbf{s}$ производят спины электронов $\mathbf{s}$. Мы полагаем, что электроны имеют радиусы-векторы $\mathbf{r}_1$ и $\mathbf{r}_2$ и спины $\mathbf{s}_1$ и $\mathbf{s}_2$. На расстояниях более одного ангстрема отношение энергий не превышает $V_d/V < 4 \cdot 10^{-6}$, поэтому дипольным взаимодействием можно пренебречь и записать уравнение Шредингера пары электронов в форме

$$\hat{\mathcal{H}}\Psi = \varepsilon\Psi, \qquad \hat{\mathcal{H}} = \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}. \tag{4.1}$$

Электроны неразличимы, их состояние описывает общая волновая функция, которую можно представить виде произведения координатной и спиновой частей $\Psi(1,2) = \varphi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\sigma(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2)$. В силу антисимметрии электронных волновых функций при перестановке электронов имеем $\Psi(1,2) = -\Psi(2,1)$. Этому условию удовлетворяют два состояния. В синглетном состоянии, когда спины электронов антипараллельны и суммарный спин $\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$ равен нулю, антисимметрична спиновая часть волновой функции, $\sigma_{\uparrow\downarrow}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = -\sigma_{\uparrow\downarrow}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, а ее координатная часть симметрична $\varphi_{\uparrow\downarrow}(1,2) = \varphi_{\uparrow\downarrow}(2,1)$, $1 \equiv \mathbf{r}_1$, $2 \equiv \mathbf{r}_2$. В триплетном состоянии спины электронов параллельны, суммарный спин, равный единице, может иметь три проекции, $S_z = 0, \pm 1$. Спиновая часть волновой функции не меняется при перестановке электронов $\sigma_{\uparrow\uparrow}(\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2) = \sigma_{\uparrow\uparrow}(\mathbf{s}_2, \mathbf{s}_1)$, а ее координатная часть антисимметрична, $\varphi_{\uparrow\uparrow}(1,2) = -\varphi_{\uparrow\uparrow}(2,1)$. Обменная энергия определяется как полуразность энергий синглетного и триплетного состояний:

$$\mathbb{j} = \frac{\varepsilon_{\uparrow\downarrow} - \varepsilon_{\uparrow\uparrow}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\langle\varphi_{\uparrow\downarrow}|\hat{\mathcal{H}}|\varphi_{\uparrow\downarrow}\rangle}{\langle\varphi_{\uparrow\downarrow}|\varphi_{\uparrow\downarrow}\rangle} - \frac{\langle\varphi_{\uparrow\uparrow}|\hat{\mathcal{H}}|\varphi_{\uparrow\uparrow}\rangle}{\langle\varphi_{\uparrow\uparrow}|\varphi_{\uparrow\uparrow}\rangle}\right). \tag{4.2}$$

Построив двухэлектронные координатные волновые функции из одноэлектронных $\varphi_a(\mathbf{r})$ и $\varphi_b(\mathbf{r})$,

$$|\varphi_{\uparrow\downarrow}\rangle = \varphi_a(1)\varphi_b(2) + \varphi_a(2)\varphi_b(1),$$
$$|\varphi_{\uparrow\uparrow}\rangle = \varphi_a(1)\varphi_b(2) - \varphi_a(2)\varphi_b(1),$$

для обменной энергии можно получить выражение:

$$\mathbb{j} = \frac{\langle\varphi_a(1)\varphi_b(2)|\hat{\mathcal{H}}|\varphi_a(2)\varphi_b(1)\rangle - |S_{ab}|^2\langle\varphi_a(1)\varphi_b(2)|\hat{\mathcal{H}}|\varphi_a(1)\varphi_b(2)\rangle}{1 - |S_{ab}|^4},$$

где

$$\langle\varphi_a(1)\varphi_b(2)|\hat{\mathcal{H}}|\varphi_a(2)\varphi_b(1)\rangle = e^2 \iint \frac{\varphi_a^*(\mathbf{r}_1)\varphi_b^*(\mathbf{r}_2)\varphi_b(\mathbf{r}_1)\varphi_a(\mathbf{r}_2)}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|} dV_1 dV_2 \quad —$$

обменный интеграл,

$$\langle\varphi_a(1)\varphi_b(2)|\hat{\mathcal{H}}|\varphi_a(1)\varphi_b(2)\rangle = e^2 \iint \frac{|\varphi_a(\mathbf{r}_1)|^2 \cdot |\varphi_b(\mathbf{r}_2)|^2}{|\mathbf{r}_1-\mathbf{r}_2|} dV_1 dV_2 \quad —$$

кулоновская энергия без учета обменного взаимодействия,

$$|S_{ab}|^2 = \left|\int \varphi_a^*(\mathbf{r})\varphi_b(\mathbf{r})\, dV\right|^2 \text{ — интеграл перекрытия.}$$

Для ортогональных одноэлектронных функций интеграл перекрытия равен нулю, и энергия обменного взаимодействия равна обменному интегралу. Это справедливо также и в случае слабого перекрытия волновых функций электронов, когда $|S_{ab}|^2 \ll 1$.

Для анализа обменного взаимодействия более удобна спиновая форма его представления. Чтобы перейти к ней вычислим произведение двух спинов, учитывая, что $\mathbf{s}_1^2 = \mathbf{s}_2^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right) = \frac{3}{4}$,

$$\mathbf{S}^2 = S(S+1) = (\mathbf{s}_1+\mathbf{s}_2)^2 = \mathbf{s}_1^2 + \mathbf{s}_2^2 + 2\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2 = \frac{3}{2} + 2\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2.$$

Из полученного выражения следует, что

$$\frac{1}{2} + 2\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2 = S(S+1) - 1 = \begin{cases} -1, & S=0, \quad \text{синглет,} \\ 1, & S=1, \quad \text{триплет.} \end{cases} \tag{4.3}$$

Воспользуемся этим, чтобы записать для энергии общее выражение:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\uparrow\downarrow} + \varepsilon_{\uparrow\uparrow}}{2} \pm \mathbb{j}.$$

Подставив (4.2), нетрудно убедиться, что знаки «плюс» и «минус» соответствуют энергиям синглетного и триплетного состояний. Выразив их из (4.3), получим

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_{\uparrow\downarrow} + \varepsilon_{\uparrow\uparrow}}{2} - \left(\frac{1}{2} + 2\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2\right)\mathbb{j} = \frac{\varepsilon_{\uparrow\downarrow} + 3\varepsilon_{\uparrow\uparrow}}{4} - 2\mathbb{j}\mathbf{s}_1\mathbf{s}_2.$$

Учитывая, что энергия триплета трижды вырождена по проекции полного спина $S_z = 0, \pm 1$, величина $\langle\varepsilon\rangle = (\varepsilon_{\uparrow\downarrow} + 3\varepsilon_{\uparrow\uparrow})/4$ представляет собой среднюю энергию состояний пары электронов, без учета их кинетической

энергии и дипольного взаимодействия. Таким образом, гамильтониан электростатического взаимодействия пары электронов можно записать в спиновом представлении Дирака

$$\hat{\mathcal{H}} = \langle \varepsilon \rangle - 2\mathbb{j}\, \hat{\mathbf{s}}_1 \hat{\mathbf{s}}_2. \tag{4.4}$$

Если $\mathbb{j} > 0$, минимальной энергии соответствует одинаковое направление спинов, а для $\mathbb{j} < 0$ энергия минимизируется при их взаимно противоположном направлении.

Гейзенберг обобщил (4.4) на случай спинов ионов решетки и записал гамильтониан обменного взаимодействия кристалла в виде

$$\hat{\mathcal{H}}_e = -2 \sum_{n>m} \mathbb{j}_{nm} \hat{\mathbf{S}}_n \hat{\mathbf{S}}_m.$$

Магнитные ионы, находящиеся в узлах решетки n и m, имеют спины $\hat{\mathbf{S}}_n$ и $\hat{\mathbf{S}}_m$. Энергия обменного взаимодействия пары спинов равна $\mathbb{j}_{nm} \hat{\mathbf{S}}_n \hat{\mathbf{S}}_m$, где $\mathbb{j}_{nm}$ — константа обменного взаимодействия. Суммирование по $n > m$ означает, что парные взаимодействия учитываются только один раз. Такая форма гамильтониана предполагает, что обменная связь электронов, формирующая спины оболочек ионов, заметно сильнее межионной.

Другой эквивалентной формой записи гамильтониана является

$$\hat{\mathcal{H}}_e = -\sum_n \hat{\mathbf{S}}_n \left(\sum_k \sum_m \mathbb{j}_{nkm} \hat{\mathbf{S}}_{km} \right) = -\mathbb{J} \hat{\mathbf{S}} \sum_n \hat{\mathbf{S}}_n. \tag{4.5}$$

Здесь в левой части суммирование ведется по всем ионам n и для каждого из них учитывается взаимодействие с соседями m, находящимися в координационных сферах k. При таком суммировании парные взаимодействия учитываются дважды, поэтому двойка перед суммой отсутствует. В правой части выражения все парные взаимодействия иона заменяются параметром обменного взаимодействия, приходящегося на один ион $\mathbb{J}$, и эффективным спином его окружения $\hat{\mathbf{S}}$. Если величина $\mathbb{J}$ положительна, обменное взаимодействие ведет к формированию ферромагнитного состояния, в котором спины $\mathbf{S}$ и $\mathbf{S}_n$ сонаправлены. При отрицательных $\mathbb{J}$ возникает антиферромагнитный порядок.

Существенно упрощает анализ обменного взаимодействия замена членов, находящихся в круглых скобках эффективным магнитным полем, действующим на магнитные моменты ионов $\boldsymbol{\mu}_n$:

$$\hat{\mathcal{H}}_e = -\sum_n \hat{\mathbf{S}}_n \left(\sum_k \sum_m \mathbb{j}_{nkm} \hat{\mathbf{S}}_{km} \right) = -\vec{\mathbb{B}} \sum_n \boldsymbol{\mu}_n. \tag{4.6}$$

В этом случае обменное взаимодействие заменяется зеемановским взаимодействием ионов с так называемым *молекулярным полем*. Приближение молекулярного поля является основой феноменологического описания магнитного порядка.

Механические моменты ионов $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{L}} + \hat{\mathbf{S}}$ складываются из орбитальных и спиновых моментов электронных оболочек $\hat{\mathbf{L}}$ и $\hat{\mathbf{S}}$, тогда как в обменном взаимодействии участвуют лишь спины, поэтому напрямую гамильтониан Гайзенберга можно использовать только для анализа магнетизма d ионов, у которых орбитальный момент $\hat{\mathbf{L}}$ заморожен и $\hat{\mathbf{J}} = \hat{\mathbf{S}}$. У ионов редкоземельных металлов интегралом движения является не $\hat{\mathbf{S}}$, а $\hat{\mathbf{J}}$, и спин оболочки нужно выразить через ее полный момент. Для этого воспользуемся связью магнитного момента оболочки с ее механическими моментами $-\boldsymbol{\mu} = \mu_{\text{B}} g\hat{\mathbf{J}} = \mu_{\text{B}}\langle\hat{\mathbf{L}} + 2\hat{\mathbf{S}}\rangle = \mu_{\text{B}}\hat{\mathbf{J}} + \mu_{\text{B}}\langle\hat{\mathbf{S}}\rangle$, где $\langle\cdots\rangle$ означает усреднение по времени.[1] Фактор Ланде вычисляется как

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \tag{4.7}$$

Таким образом, $\langle\hat{\mathbf{S}}\rangle = (g-1)\hat{\mathbf{J}}$, и спиновое произведение можно представить в виде $\hat{\mathbf{S}}_n\hat{\mathbf{S}}_m = (g_n - 1)(g_m - 1)\hat{\mathbf{J}}_n\hat{\mathbf{J}}_m$, а для одинаковых ионов $\hat{\mathbf{S}}_n\hat{\mathbf{S}}_m = (g-1)^2\hat{\mathbf{J}}_n\hat{\mathbf{J}}_m$. Учитывая это, из (4.5) и 4.6 получим связь молекулярного поля с параметром обменного взаимодействия и средним механическим моментом ионов:

$$\vec{\mathbb{B}} = -\frac{\mathbb{J}}{\mu_{\text{B}}}\frac{(g-1)^2}{g}\langle\mathbf{J}\rangle. \tag{4.8}$$

Энергия обменного взаимодействия в силу его электростатической природы достаточна велика $\mathbb{J} \sim 1 - 100$ мэВ, значения g и J порядка единицы ($1 \leq g \leq 2$, $J \leq 8$), поэтому значения молекулярных полей оказываются очень большими: $\mathbb{B} \sim \mathbb{J}/\mu_{\text{B}} \sim 10^5 - 10^6$ Гс.

В парамагнитной фазе ориентация спинов случайна, поэтому $\langle\mathbf{J}\rangle = 0$, и средняя величина обменной энергии тоже зануляется. При формировании магнитного порядка возникает спонтанная намагниченность $\mathbf{m}_0 = \mu_{\text{B}} g\langle\mathbf{J}\rangle/v$, где v — объем, приходящийся на один магнитный ион. Молекулярное поле можно связать с ней посредством константы молекулярного поля α: $\vec{\mathbb{B}} = \alpha\mathbf{m}_0$, и выразить через нее параметр обменного взаимодействия:

[1] Усреднение возникает вследствие прецессии орбитального и спинового момента вокруг $\hat{\mathbf{J}}$.

$$\mathbb{J} = -\frac{\alpha}{v}\left(\frac{\mu_{\text{B}} g}{g-1}\right)^2. \tag{4.9}$$

4.2. Обменное взаимодействие в редкоземельных металлах

Форма гамильтониана (4.1) предполагает прямое взаимодействие спинов, локализованных на магнитных ионах, однако в случае редкоземельных ионов, магнетизм которых определяет магнитный момент f-оболочки, прямое взаимодействие либо отсутствует, либо оказывается очень малым. Радиусы f-оболочек меньше ковалентных радиусов ионов, поэтому волновые функции f-состояний практически не перекрываются. В редкоземельных металлах спины f-оболочек ионов взаимодействуют между собой посредством s-электронов проводимости. Последние вступают в обменное взаимодействие с f-электронами, которое наводит корреляцию спинов электронов и ионов, приводящую к *косвенному обменному взаимодействию* f-оболочек, называемому взаимодействием Рудермана–Киттеля–Касуя–Иосиды, или *РККИ взаимодействием.*

Рассмотрим гамильтониан f-оболочек и s-электронов в приближении изотропного металла, пренебрегая прямым обменом между ионами

$$\hat{\mathcal{H}} = \hat{\mathcal{H}}_e + \hat{\mathcal{H}}_{ei} = \sum_{\mathbf{k},\mathbf{s}} \frac{\hbar^2 \hat{\mathbf{k}}^2}{2m^*}. - \sum_{i,n} \mathbb{j}_{ei}(\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_n)\hat{\mathbf{s}}_i \hat{\mathbf{S}}_n.$$

Здесь первое слагаемое — кинетическая энергия электронов, суммирование ведется по волновым векторам электронов $\mathbf{k}$ и их спинам $\mathbf{s}$. Второе слагаемое — энергия обменного взаимодействия электронов и ионов, а $\mathbf{r}_i, \mathbf{s}_i$ и $\mathbf{R}_n, \mathbf{S}_n$, соответственно, их радиусы-векторы и спины. Обменную энергию можно рассматривать как возмущение состояний электронов проводимости, имеющих большую кинетическую энергию, и рассчитать по теории возмущений. В первом порядке она пропорциональна разности заполнения состояний электронов с противоположными спинами $\langle \mathbf{k}, \mathbf{s} | \mathcal{H}_{ei} | \mathbf{k}, \mathbf{s} \rangle \propto [f(\varepsilon_\uparrow) - f(\varepsilon_\downarrow)]$, которая в немагнитном состоянии равна нулю. Из энергии, вычисляемой во втором порядке,

$$\hat{\mathcal{H}}_{ii} = -\sum_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2,\mathbf{s}_1,\mathbf{s}_2} \frac{|\langle \mathbf{k}_1, \mathbf{s}_1 | \hat{\mathcal{H}}_{ei} | \mathbf{k}_2, \mathbf{s}_2 \rangle|^2}{\varepsilon_{\mathbf{k}_2,\mathbf{s}_2} - \varepsilon_{\mathbf{k}_1,\mathbf{s}_1}},$$

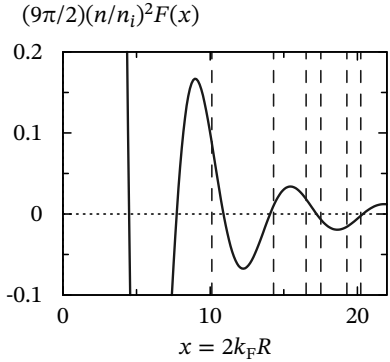

Рис. 4.1. Функция Рудермана–Киттеля редкоземельных металлов. Пунктирные линии соответствуют радиусам шести первых координационных сфер ионов редкоземельных металлов. Для их трехвалентных ионов отношение концентраций электронов и ионов составляет $(n/n_i)^2 = 9$

можно получить гамильтониан косвенного взаимодействия ионов через электроны проводимости. Необходимые вычисления довольно громоздки, поэтому опустим их, однако из вида энергии следуют основные особенности структуры $\mathcal{H}_{ii}$. Во-первых, энергия обменного взаимодействия ионов должна быть пропорциональна квадрату параметра их взаимодействия с электронами $\mathbb{j}_{ei}^2$, стоящему в числителе дробей в (4.2), отнесенному к характерной кинетической энергии электронов, находящейся в знаменателе дробей. Во-вторых, после суммирования по спинам электронов в выражениях останутся произведения спинов ионов $\mathbf{S}$. В конечном итоге гамильтониан РККИ взаимодействия принимает вид

$$\hat{\mathcal{H}}_{ii} = -2(g-1)^2 \sum_{n>m} \mathbb{j}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_m)\hat{\mathbf{J}}_n\hat{\mathbf{J}}_m, \tag{4.10}$$

$$\mathbb{j}(R) = \frac{9\pi}{2}\left(\frac{n}{n_i}\right)^2 \frac{\mathbb{j}_{ei}^2}{\varepsilon_{\mathrm{F}}} F(2k_{\mathrm{F}}R), \qquad R = |\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_m|,$$

$$F(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{x^4}.$$

Здесь n и n_i — концентрации электронов и ионов, k_{F} и ε_{F} — волновой вектор и энергия Ферми. Функция Рудермана–Киттеля $F(x)$, показанная на рис. 4.1, осциллирует и на расстояниях $2k_{\mathrm{F}}R \gg 1$ спадает пропорционально R^{-3}.

Все редкоземельные металлы, кроме европия, имеют валентность, равную трем, и гексагональную плотноупакованную (ГПУ) структуру, поэтому для них $n/n_i = 3$, $n = 12/(a^2c\sqrt{3})$, $k_{\mathrm{F}} = (3\pi^2 n)^{1/3} = (1/a)(12\sqrt{3}\pi^2 a/c)^{1/3}$, где a и c — параметры ГПУ-структуры. Из табл. 4.1, в которой приведены значения $2k_{\mathrm{F}}R_1$, рассчитанные для первой координационной сферы редкоземельных металлов с $R_1 = a$, следует, что

аргументы функции Рудермана–Киттеля у них практически одинаковы. На рис. 4.1 пунктирными линиями обозначено положение шести первых координационных сфер редкоземельных ионов, а функция $F(x)$ умножена на коэффициент $(9\pi/2)(n/n_i)^2$. Видно, что в разных координационных сферах знаки параметра обменного взаимодействие ионов различаются. Это приводит к формированию сложных магнитных структур, показанных на рис. 4.2, в которых спины в гексагональных плоскостях упорядочиваются ферромагнитно, кроме церия, у которого наблюдаются ферримагнитные плоскости. Такое поведение объясняется тем, что в первой координационной сфере функция Рудермана–Киттеля имеет максимальное значение положительного знака, согласно (4.10а) соответствующего ферромагнитному связыванию спинов.

Таблица 4.1

Параметры магнитных структур редкоземельных металлов

РЗМ	$2k_F R_1$	g	Θ_N [K]	Магнитная структура	Θ_C [K]	Магнитная структура
Ce^{3+}	9.972	6/7	12.5	ФП	–	–
Pr^{3+}	10.06	4/5	20	А?	–	–
Nd^{3+}	10.06	8/11	19.2	САГ, (куб. $\Theta = 7.8$ K)	–	–
Sm^{3+}	10.06	2/7	106	А, (куб. $\Theta = 13.8$ K)	–	–
$Eu^{?+}$	9.737	?	91	АГ (ОЦК)	–	–
Gd^{3+}	10.11	2	–	–	293.4	Ф1, Ф2
Tb^{3+}	10.13	3/2	230	АГ	219.5	Ф3
Dy^{3+}	10.14	4/3	178.5	АГ	87	Ф3
Ho^{3+}	10.15	5/4	132	АГ	20	ФГ
Er^{3+}	10.15	6/5	85	СС, САГ (< 52 K)	20	ФГ
Tm^{3+}	10.15	7/6	56	СС	32	АД

В гадолинии, имеющем чисто спиновый момент и d-состояния в зоне проводимости, реализуется ферромагнитное состояние, в котором спины сначала ориентируются вдоль оси c, затем отклоняются от нее и вновь возвращаются к ней при понижении температуры [9]. В остальных металлах наблюдается антиферромагнитный переход, при этом во второй половине редкоземельного ряда с Dy по Tm при понижении температуры антиферромагнитное упорядочение сменяется ферромагнитным (см. табл. 4.1). Как в антиферромагнитном, так и в ферромагнитном состоянии наблюдаются геликоидальные структуры, в которых спины, ферромагнитно упорядоченные в гексагональных слоях, повернуты друг относительно друга в разных слоях.

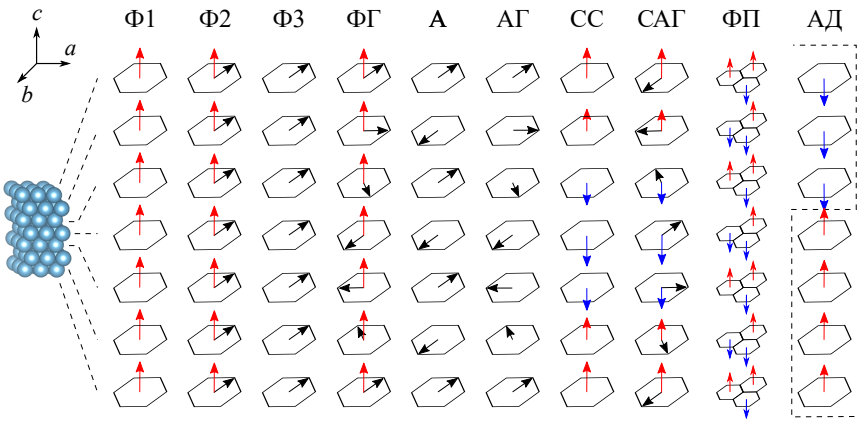

Рис. 4.2. Типы магнитных структур редкоземельных металлов. Стрелки указывают направление спинов или их проекций в плоскостях (черные стрелки) и на нормаль к плоскостям (цветные стрелки). Ф1, Ф2, Ф3 — коллинеарный ферромагнетизм, ФГ — ферромагнитный геликоид, А — коллинеарный антиферромагнетизм, АГ — антиферромагнитный геликоид, СС — синусоидальная структура, САГ — синусоидальный антиферромагнитный геликоид, ФП — ферримагнитные плоскости, АД — антифазные домены. Пунктир разграничивает антифазные домены

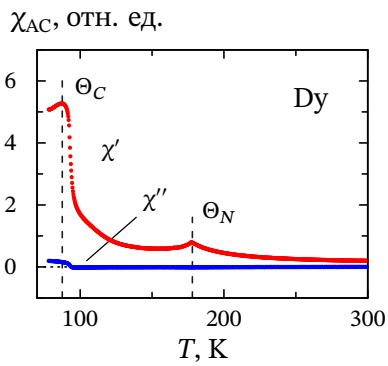

Рис. 4.3. Температурная зависимость магнитной восприимчивости диспрозия

На рис. 4.3 показана температурная зависимость магнитной восприимчивости диспрозия. На кривой χ'_{AC} отчетливо видны особенности, связанные с антиферромагнитным и ферромагнитным переходами. Из температур Кюри и Нееля в приближении молекулярного поля можно оценить параметры обменного взаимодействия.

4.3. Магнитная восприимчивость антиферромагнетиков

Описание магнитного состояния в металлах непосредственно с помощью гамильтониана (4.10а) сильно осложнено дальнодействующим характером косвенного обменного взаимодействия, поэтому для анализа часто используется приближение молекулярного поля.

Феноменологическая модель антиферромагнетизма была предложена Неелем. Рассмотрим простейший коллинеарный антиферромагнетик с двумя одинаковыми магнитными подрешетками, намагниченности которых направлены навстречу друг другу, как показано в колонке А на рис. 4.2. Пусть намагниченность одной из них — $\mathbf{m}_1$, а второй — $\mathbf{m}_2$. В отсутствии внешниего поля амплитуды намагниченностей одинаковы и равны спонтанной намагниченности $m_0(T) = m_1 = m_2$. Подрешетки полностью компенсируют друг друга, поэтому полная намагниченность $\mathbf{m} = \mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_2$ равна нулю. Введем в качестве параметра порядка антиферромагнитного состояния вектор антиферромагнетизма $\mathbf{L} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$, величина которого отлична от нуля. Обменное взаимодействие спинов учтем с помощью молекулярных полей

$$\vec{\mathbb{B}}_1 = \beta\mathbf{m}_1 - \alpha\mathbf{m}_2, \tag{4.11}$$

$$\vec{\mathbb{B}}_2 = \beta\mathbf{m}_2 - \alpha\mathbf{m}_1, \tag{4.12}$$

Поле $\vec{\mathbb{B}}_1$ действует на подрешетку $\mathbf{m}_1$, а поле $\vec{\mathbb{B}}_2$ — на подрешетку $\mathbf{m}_2$. Константы молекулярного поля α и β соответствуют взаимодействию спинов разных подрешеток и внутри подрешеток. Энергия обменного взаимодействия подрешетки, например первой, выраженная через ее зеемановскую энергию в молекулярном поле, имеет вид $E_e = -\mathbf{m}_1\vec{\mathbb{B}}_1 = -\beta m_1^2 + +\alpha\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2$. Так как подрешетки направлены в разные стороны, то $\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2 < 0$ и выигрышу в энергии взаимодействия подрешеток соответствует положительный знак α. Положительный или отрицательный знаки β соответствуют ферромагнитному или антиферромагнитному взаимодействию в подрешетках. Для удобства мы рассматриваем ферромагнитные подрешетки, однако это ограничение несущественно, и знак константы β, описывающей взаимодействие внутри подрешеток, в общем случае не определен. Учитывая, что в отсутствие внешнего поля $\mathbf{m}_1^2 = \mathbf{m}_2^2 = m_0^2$, а $\mathbf{m}_1\mathbf{m}_2 = -m_0^2$, изменение внутренней энергии, связанное с обменным взаимодействием,

$$U = -\int_0^{m_0} \mathbf{m}_1 d\vec{\mathbb{B}}_1 - \int_0^{m_0} \mathbf{m}_2 d\vec{\mathbb{B}}_2 = -(\beta + \alpha) m_0^2.$$

Выигрышу внутренней энергии соответствует отрицательна обменная энергия, поэтому $\alpha + \beta > 0$.

Намагниченности подрешеток связаны с молекулярным и внешним полем $\mathbf{H}$ функцией Бриллюэна B_J:

$$m_1 = \frac{m_s}{2} B_J \left(\frac{\boldsymbol{\mu}_{s1}(\vec{\mathbb{B}}_1 + \mathbf{H})}{k_\mathrm{B} T} \right), \qquad m_2 = \frac{m_s}{2} B_J \left(\frac{\boldsymbol{\mu}_{s2}(\vec{\mathbb{B}}_2 + \mathbf{H})}{k_\mathrm{B} T} \right), \tag{4.13}$$

$$B_J(y) = \frac{2J+1}{2J} \operatorname{cth} \frac{(2J+1)y}{2J} - \frac{1}{2J} \operatorname{cth} \frac{y}{2J}. \tag{4.14}$$

Здесь $m_s = \mu_s / v$ — намагниченность насыщения, $\mu_s = \mu_\mathrm{B} g J$ — максимальная проекция магнитного момента иона, v — объем, приходящийся на один магнитный ион, $\boldsymbol{\mu}_{s1}$ и $\boldsymbol{\mu}_{s2}$ — максимальные проекции магнитных моментов в подрешетках.

Без внешнего поля подрешетки имеют равные спонтанные намагниченности, поэтому достаточно рассмотреть одну из них, например m_1. Тогда скалярное произведение в аргументе функции Бриллюэна примет вид $\boldsymbol{\mu}_{s1}\vec{\mathbb{B}}_1 = \boldsymbol{\mu}_{s1}(\beta \mathbf{m}_1 - \alpha \mathbf{m}_2) = \mu_s(\beta + \alpha) m_0$, и для спонтанной намагниченности подрешеток получим

$$m_0 = \frac{m_s}{2} B_J \left(\frac{\mu_s(\beta + \alpha) m_0}{k_\mathrm{B} T} \right). \tag{4.15}$$

Антиферромагнитное состояние возникает при *температуре Нееля* Θ_N, ниже которой спонтанная намагниченность подрешеток отлична от нуля, а выше она отсутствует. Так как вблизи температуры Нееля намагниченность мала, воспользуемся разложением функции Бриллюэна при малом аргументе: $B_J(y) = y(J+1)/3J$, и подставим его в (4.15):

$$m_0 = \frac{J+1}{3J} \frac{m_s \mu_s}{2 k_\mathrm{B} T} (\alpha + \beta) m_0.$$

Сократим m_0 и вычислим температуру Нееля:

$$\Theta_\mathrm{N} = \frac{J+1}{3J} \frac{m_s \mu_s}{2 k_\mathrm{B}} (\alpha + \beta) = \frac{\mathrm{C}(\alpha + \beta)}{2}, \qquad \mathrm{C} = \frac{\mu_\mathrm{B}^2 g^2 J(J+1)}{3 k_\mathrm{B} v}, \tag{4.16}$$

где C — константа Кюри.

Вычислим теперь магнитную восприимчивость парамагнитного состояния. Выше температуры Нееля спонтанная намагниченность отсутствует, намагниченность, наведенная внешним полем, мала и направлена по полю у обеих подрешеток. В этом случае аргумент функции Бриллюэна мал, поэтому в расчетах вновь можно воспользоваться ее разложением. Подставляя его в (4.13), получим

$$\chi_p = \frac{\partial(m_1+m_2)}{\partial H} = \frac{J+1}{3J}\frac{m_s\mu_s}{2k_\mathrm{B}T}\frac{\partial[(\beta-\alpha)(m_1+m_2)+2H]}{\partial H} = \frac{\mathrm{C}}{2T}\Big[(\beta-\alpha)\chi_p+2\Big].$$

Введя величину, называемую *парамагнитной температурой*,

$$\Theta_p = \frac{\mathrm{C}(\beta-\alpha)}{2}, \tag{4.17}$$

окончательно получим

$$\chi_p = \frac{\mathrm{C}}{T-\Theta_p}. \tag{4.18}$$

Парамагнитная температура может быть как положительна, так и отрицательна. Ее знак зависит от соотношения между α и β. Из (4.16) и (4.17) следуют полезные соотношения

$$\beta = \frac{\Theta_\mathrm{N}+\Theta_p}{\mathrm{C}}, \qquad \alpha = \frac{\Theta_\mathrm{N}-\Theta_p}{\mathrm{C}}. \tag{4.19}$$

Выражения (4.9), (4.16) и (4.19) позволяют связать параметры обменного взаимодействия в подрешетках и подрешеток с температурами Θ_N и Θ_p. Учитывая, что намагниченности подрешеток вдвое меньше спонтанной намагниченности, использовавшейся для вывода соотношения (4.9), получим

$$\mathbb{J}_\alpha = -\frac{3k_\mathrm{B}}{2}\frac{\Theta_\mathrm{N}-\Theta_p}{J(J+1)(g-1)^2}, \qquad \mathbb{J}_\beta = -\frac{3k_\mathrm{B}}{2}\frac{\Theta_\mathrm{N}+\Theta_p}{J(J+1)(g-1)^2}. \tag{4.20}$$

Хотя мы рассматриваем ферромагнитные подрешетки, это не является ограничением, так как ни знак β, ни абсолютная величина намагниченностей нигде явно не учитывались. В то же время из условия $\alpha > 0$ однозначно следует, что $\Theta_\mathrm{N} > \Theta_p$. Из (4.18), (4.17) и (4.16) нетрудно получить, что в точке магнитного перехода при $T = \Theta_\mathrm{N}$ значение восприимчивости $\chi_p = 1/\alpha$.

Рассмотрим теперь магнитную восприимчивость при $T < \Theta_\mathrm{N}$. В антиферромагнитном состоянии энергия магнитной анизотропии ориентирует вектор антиферромагнетизма $\mathbf{L}$ вдоль определенного направления

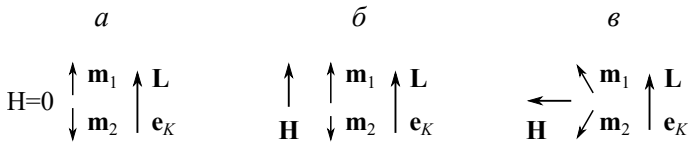

Рис. 4.4. Конфигурации намагниченностей двухподрешеточного одноосного антиферромагнетика. Направления векторов без магнитного поля (*а*) и в поле, приложенном вдоль (*б*) и поперек (*в*) легкой оси, заданной вектором $\mathbf{e}_K$. В параллельном поле (*б*) абсолютные величины намагниченностей подрешеток различаются. В поперечном поле (*в*) подрешетки постепенно разворачиваются в направлении поля, при этом амплитуды их намагниченностей одинаковы

в кристалле, которое может отличаться от направления внешнего поля $\mathbf{H}$. При отклонении $\mathbf{L}$ (т. е. намагниченности подрешеток) от этого направления, называемого *легкой осью*, энергия антиферромагнитного состояния возрастает. Если такая ось единственна, анизотропия называется *одноосной.* Проведем анализ двух предельных случаев, когда поле параллельно и перпендикулярно легкой оси одноосного антиферромагнетика, направление которой зададим вектором $\mathbf{e}_\mathrm{K}$, как показано на рис. 4.4.

Пусть поле параллельно одной из подрешеток, $\mathbf{H} \parallel \mathbf{L}$, как показано на рис. 4.4, тогда выражение для магнитной восприимчивости имеет вид

$$\chi_\parallel = \chi_1 - \chi_2, \tag{4.21}$$

$$\chi_1 = \frac{\partial m_1}{\partial H} = \frac{m_s}{2} B_J'(y_1) \frac{\partial y_1}{\partial H}, = \frac{m_s \mu_s}{2k_\mathrm{B}T} B_J'(y_1)(\beta\chi_1 + \alpha\chi_2 + 1),$$

$$\chi_2 = \frac{m_s \mu_s}{2k_\mathrm{B}T} B_J'(y_2)(\beta\chi_2 + \alpha\chi_1 - 1).$$

Учитывая, что $(a \operatorname{cth} ax)' = -a^2/\operatorname{sh}^2 ax$, для производной функции Бриллюэна имеем

$$B_J'(y) = \left(2J \operatorname{sh} \frac{y}{2J}\right)^{-2} - \left(\frac{2J}{2J+1} \operatorname{sh} \frac{(2J+1)y}{2J}\right)^{-2}.$$

При низкой температуре, когда аргумент $y \propto 1/T$ расходится и $\operatorname{sh} ay = \mathrm{e}^{ay}/2$, производная экспоненциально мала: $B_J'(y) \simeq \mathrm{e}^{-y/J}/J^2$. Из предельного поведения $B_J'/T \propto \mathrm{e}^{-a/T}/T$ следует, что при $T \to 0$ восприимчивости подрешеток χ_1 и χ_2 стремятся к нулю, следовательно обращается в нуль и полная восприимчивость $\chi_\parallel$. При $T \to \Theta_\mathrm{N}$ спонтанная

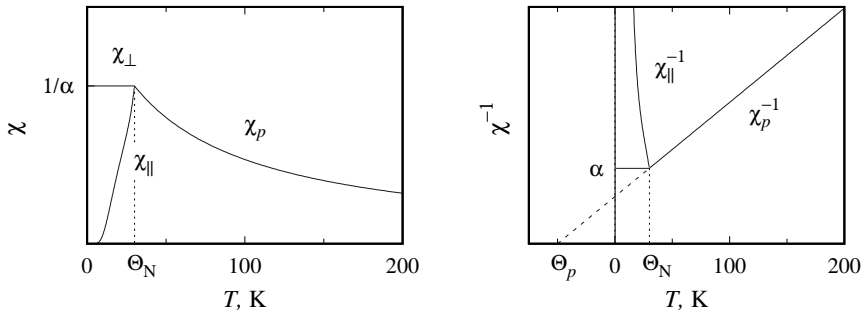

Рис. 4.5. Температурная зависимость магнитной восприимчивости антиферромагнетика. Кривые рассчитаны из (4.18), (4.21) и (4.22) для $J = 1/2$, $\Theta_{\mathrm{N}} = 30$ К и $\Theta_p = 50$ К

намагниченность зануляется и $\chi_{\parallel}$ становится равной парамагнитной восприимчивости. Температурное поведение $\chi_{\parallel}$, построенное из (4.21), показано на рис. 4.5.

Рассмотрим теперь случай, когда поле приложено ортогонально легкой оси: $\mathbf{H} \perp \mathbf{e}_K$. Зеемановская энергия минимизируется, когда намагниченности подрешеток ориентируются вдоль поля, поэтому они стремятся развернуться в его направлении, как показано на рис. 4.4, но при этом уменьшается обменная энергия, и растет энергия магнитной анизотропии, поэтому подрешетки разворачиваются не полностью. Со стороны молекулярного и приложенного полей на намагниченности подрешеток действуют моменты сил, уравновешивающие друг друга. Равновесному углу θ между направлениями намагниченности и поля соответствует нулевой момент сил:

$$\mathbf{m}_1 \times (\vec{\mathbb{B}}_1 + \mathbf{H}) = \mathbf{m}_1 \times (\beta\mathbf{m}_1 - \alpha\mathbf{m}_2 + \mathbf{H}) = \mathbf{m}_1 \times \mathbf{H} - \mathbf{m}_1 \times \alpha\mathbf{m}_2 = 0,$$
$$m_1 H \sin\theta - \alpha m_1 m_2 \sin 2\theta = m_1 \sin\theta(H - 2\alpha m_2 \cos\theta) = 0.$$

Так как угол отличен от нуля, $\sin\theta \neq 0$ и при $2m_2\cos\theta = H/\alpha$ зануляется выражение в скобках. Компоненты намагниченностей $\mathbf{m}_1$ и $\mathbf{m}_1$ вдоль поля одинаковы, а поперечные проекции имеют равную длину, но разный знак. Таким образом, $|\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_1| = 2m_1\cos\theta$, откуда следует, что магнитная восприимчивость

$$\chi_{\perp} = \frac{\partial(\mathbf{m}_1 + \mathbf{m}_1)}{\partial\mathbf{H}} = \frac{\partial(2m_1\cos\theta)}{\partial H} = \frac{1}{\alpha}. \tag{4.22}$$

Величина восприимчивости $\chi_\perp$, равная парамагнитной восприимчивости в точке фазового перехода, от температуры не зависит.

Температурная зависимость компонент магнитной восприимчивости изотропного антиферромагнетика, следующая из (4.18), (4.21) и (4.22), приведена на рис. 4.5. В общем случае, когда внешнее поле направлено под некоторым углом к легкой оси, вклад в восприимчивость дают обе компоненты.

4.4. Ферромагнитный переход

При понижении температуры магнитный порядок в диспрозии меняется с антиферромагнитного на ферромагнитный. Анализ ферромагнитного состояния в рамках модели молекулярного поля аналогичен проведенному выше. При этом подрешетки заменяются единственной решеткой со спонтанной намагниченностью m_0, создающей поле $\mathbb{B}_f = \alpha_f m_0$. В отсутствии внешнего поля намагниченность описывает выражение $m_0 = m_s B_J(\mu_s \mathbb{B}_f / k_\text{B} T)$, из которого нетрудно вычислить температуру Кюри $\Theta_\text{C} = \alpha_f \text{C}$ и получить связь параметра обменного взаимодействия с константой молекулярного поля:

$$\mathbb{J}_f = \frac{-3k_\text{B}\Theta_\text{C}}{J(J+1)(g-1)^2}. \tag{4.23}$$

4.5. Порядок выполнения работы

4.5.1. Проведение измерений

В лабораторной работе исследуются магнитные переходы в поликристаллическом образце диспрозия массой $m = 80$ мг, размерами $1.3 \times 1.5 \times 4.8$ мм^3.

- Установите измерительную вставку в дьюар с жидким азотом, включите измерительную аппаратуру и загрузите управляющую программу, как описано в трех начальных пунктах разд. 1.6.1.
- Охладите вставку, застабилизируйте температуру 80 K, установите усреднение сигналов по пяти измерениям, коэффициент усиления — 100, частоту измерения — 77 Гц, ток катушки возбуждения — 100 мА и выполните настройку измерений, как описано на с. 16–19.

• Установите образец так, чтобы его держатель выступал на высоту 10–15 см от верха сальникового уплотнения (см. рис. 1.2), выждите 2–3 мин, чтобы охладить держатель и не допустить перегрева измерительной зоны,[2] после чего опустите образец в измерительную катушку и выставите его так, чтобы сигнал «R» был максимален. Выждите 1–2 мин и приступите к измерениям.

• Создайте рабочую папку с файлом Dy_77Hz_100mA_80-100K.dat. Установите скорость развертки температуры 1 К/мин, минимальную и максимальную температуру 80 и 100 К, тип развертки по оси абсцисс «Температура», выберите имя файла для сохранения данных, нажмите кнопку Очистить, запустите развертку кнопкой ► и нажмите кнопку СТАРТ — для сохранения данных. Проведите измерение и по достижении конечной температуры нажмите кнопку СТОП.

• Установите развертку температуры от 100 до 170 К со скоростью 10 К/мин, включите ее и, достигнув температуры 170 К, дождитесь ее стабилизации, наблюдая изменение сигналов ПИД-регулятора.

• Отредактируйте имя файла Dy_77Hz_100mA_170-300K.dat. Установите скорость развертки температуры 1 К/мин, минимальную и максимальную температуру 170 и 300 К, нажмите кнопку Очистить, запустите развертку кнопкой ► и нажмите кнопку СТАРТ — для сохранения данных. Проведите измерение и по достижении конечной температуры нажмите кнопку СТОП. При нехватке времени измерение можно остановить при температурах выше 250 К.

• По окончании измерений закройте окно измерительной программы, нажав кнопку Выход... . Скопируйте себе данные измерений, выключите компьютер и измерительные приборы. Достаньте измерительную вставку и поставьте ее отогреваться. Разберите крепежный узел азотного дьюара и закройте дьюар крышкой.

4.5.2. Обработка результатов измерений

• Постройте температурную зависимость магнитной восприимчивости в диапазоне 80–100 К. Увеличив ее масштаб в области максимума, по его положению определите температуру Кюри Θ_C.

[2] На охлаждение измерительной зоны до стабильной температуры после ее перегрева может уйти значительное время.

• Сравните амплитуду сигналов, измеренных при температуре 300 K, с сигналами нулевой линии. Если последние составляют пять и более процентов, вычтите нулевую линию из полученных данных.

• Постройте температурную зависимость магнитной восприимчивости в диапазоне температур 170–300 K в виде $\chi(T)$ и $\chi^{-1}(T)$. Определите значение температуры Нееля и парамагнитной температуры. Какой тип обменного взаимодействия реализуется в подрешетках?

• По максимуму зависимости $\chi(T)$ при низких температурах определите температуру Кюри.

• Из полученных температур, соотношений (4.16), (4.19), параметров $J = 15/2$ и $g = 4/3$ ионов Dy^{3+} и параметров ГПУ-решетки диспрозия $a = 3.59$ Å и $c = 5.65$ Å оцените значение константы Кюри (в K), и параметров молекулярного поля α, β и α_f.

• Из полученных температур, соотношения (4.20) и параметров $J = 15/2$ и $g = 4/3$ ионов Dy^{3+} оцените значения параметров обменного взаимодействия $\mathbb{J}_\alpha$ и $\mathbb{J}_\beta$.

• Из соотношения (4.19) для величин $m_0 = m_s/8$, $\mu_z = \mu_s/4$, достигаемых ниже температуры Нееля примерно на одну десятую ее значения, оцените величины молекулярного поля $\mathbb{B} = (\beta + \alpha)m_0$ и энергии обменного взаимодействия $\varepsilon_e = -\mu_z\mathbb{B}$, приходящейся на один ион.

• Из соотношения (4.23) и измеренной температуры Кюри оцените параметр обменного взаимодействия ферромагнитного состояния. Оцените величину молекулярного поля $\mathbb{B}_f = \alpha_f m_s$ и энергию обменного взаимодействия $\varepsilon_e = -\mu_s\mathbb{B}_f$, приходящуюся на один ион в основном состоянии при $T = 0$.

4.6. Контрольные вопросы

1. Какова природа обменного взаимодействия?
2. Что такое РККИ взаимодействие?
3. Какие особенности РККИ взаимодействия определяют сложный магнетизм редкоземельных металлов?
4. Что такое молекулярное поле, и как оно используется в феноменологическом описании магнетизма?
5. Какие характерные температуры описывают антиферромагнитный переход?
6. Как изменяется с температурой магнитная восприимчивость антиферромагнетика до и после точки фазового перехода?

Приложения

A. Расчет АС-восприимчивости ВТСП-ленты

```
implicit real*8(a-h,o-z)
character (len=256) :: command,InputFile='Td_n_h.dat',OutputFile
logical :: file_exists

call get_command_argument(0, command)
if(command_argument_count() >0)
call get_command_argument(1, InputFile)
inquire(FILE=trim(InputFile), EXIST=file_exists)
if(file_exists) then
  OutputFile='fit_'//trim(InputFile)
else
  print*,''
  print*,'USAGE: '//trim(command)//' Td_n_h.dat'
  print*,''
  print*,'Example of Td_n_h.dat content:'
  print*,''
  print*,' Td      n        h'
  print*,'90.2    0.8    0.028'
  print*,''
  STOP
end if

open(1,file=trim(InputFile))
  read(1,*)
  read(1,*) Td,power,h
close(1)
print*,' Td = ', Td
print*,' power = ', power
```

```
print*,' 2H/Jcd = ', h
dT=0.05d0   ! Set temperature increment [K]
Tmin=78.d0  ! Set minimal temperature [K]
open(1,file=OutputFile)
  write(1,10)'Td     =', Td, ' K'
  write(1,10)'power  =', power
  write(1,10)'2H/Jcd =', h
  write(1,1)
  do i=1,301
    T=Tmin+dT*dfloat(i-1)
    if(T<Td) then
      call CurvePoint(T,Td,power,h,Chi,Chii,ChiMod,Phi)
    else
      Chi=0.d0
      Chii=0.d0
      ChiMod=0.d0
      Phi=0.d0
    end if
    write(1,2) T, Chi, Chii, ChiMod, Phi
  end do
close(1)

1  format(1x,'     T       Chi''      Chi"     Module      Phi')
2  format(1x,5e16.6)
10 format(A8,F8.4,A2)

END

!*****************************************************************
!Chi(2x) = (2/π)∫_0^π (1-cos(y))·S[x(1-cos(y))]·cos(ny) dy
!Chii(2x) = (2/π)∫_0^π [(1-cos(y))·S[x(1-cos(y))]-S(2x)]·sin(ny) dy
SUBROUTINE CurvePoint(T,Td,power,h,Chi,Chii,ChiMod,Phi)
implicit real*8(a-h,o-z)
external S

pi=3.14159265358979323846
coeff=2.d0/pi
x=h*(1.d0-T/Td)**(-power)

Ntot=10000
dTheta=pi/dfloat(Ntot)
Chi=0.d0
```

```
Chii=0.d0
do k=1,Ntot
  Theta=dTheta/2.d0+dTheta*dfloat(k-1)
  cosTheta=dcos(Theta)
  sinTheta=dsin(Theta)
  f=(1.d0-cosTheta)*S(0.5d0*x*(1.d0-cosTheta))
  f1=f*cosTheta
  f2=(f-S(x))*sinTheta
  Chi=Chi+f1
  Chii=Chii+f2
end do

Chi=Chi*coeff*dTheta
Chii=Chii*coeff*dTheta
ChiMod=dsqrt(Chi**2+Chii**2)
Phi=180d0*datan(Chii/Chi)/pi

END SUBROUTINE CurvePoint

!*****************************************************
! Function (1/2x)[ arccos(1/ch(x)) + sh(x)/ch(x)**2 ]
Real*8 FUNCTION S(y)
implicit real*8(a-h,o-z)
pi=3.14159265358979323846

if(y>1.d2) then
  S=0.25d0*pi/y
else
  S1=dacos(2.d0/(dexp(y)+dexp(-y)))
  S2=2.d0*(dexp(y)-dexp(-y))/(dexp(y)+dexp(-y))**2
  S=0.5d0*(S1+S2)/y
end if

END
```

Б. Расчет скин-эффекта в цилиндрическом образце

```
PROGRAM MAIN
implicit real*8(a,b,d-h,o-z)
real(8), parameter :: pi = 3.14159265358979323846
```

```
real(8) :: Im, Module
implicit complex *8 (c)
character (len=256) :: InputFile, OutputFile, string

pi2=pi*2.
pi4=pi*4.

!****** Get data-file name ******
call ProcessCommandArguments

!****** Get sample diameter ******
10 print*,'Set the sample diameter [mm]'
   read*, R
   if(R<0.) goto 10

!****** Get measurement frequency ******
15 print*,'Set the frequency [Hz]'
   read*, frequency
   if(frequency<15.) goto 15

open(1,file=InputFile)

!****** Make output file name ******
write (OutputFile,'(F5.1)') R
write (string,'(I4)') int(frequency)
OutputFile='ChiAC_d='//trim(adjustl(OutputFile))//&
          &'mm_f='//trim(adjustl(string))//&
          &'Hz_data='//trim(InputFile)

open(2,file=OutputFile)
  write(2,'(A)') 'Data file: '//trim(InputFile)
  write(2,4) R
  write(2,5) frequency
  write(2,1)
1 format('  T          Re          Im          Module       Phase')
2 format(F7.2, 3F16.8, F13.3)
3 format(2x,e16.6,'         Incorrect data ')
4 format('Sample diameter: ',F5.2,' [mm]')
5 format('Measurement frequency: ',F6.1,' [Hz]')

R=R/2.
a=pi*R*sqrt(frequency*1.d-3)/5.d0
```

```
ci=(0.,1.)
Ntot=1000
dt=pi/float(Ntot)

do
30 read(1,*,end=444, err=30) Temperature, rho
!****** Bessel functions calculation ******
  Rk=a/sqrt(rho)
  cx=(1.,1.)*Rk
  cJ0=0.
  cJ1=0.
  do j=1-Ntot,Ntot
    t=-dt/2.+dt*float(j)
    cdf0=cexp(-ci*cx*sin(t))
    cJ0=cJ0+cdf0
    cdf1=cexp(ci*t-ci*cx*sin(t))
    cJ1=cJ1+cdf1
  end do
  cJ0=cJ0*dt/pi2
  cJ1=cJ1*dt/pi2
  if(cabs(cJ0)<1.e-10) then
    print*,'Too low J0: ', cJ0
    write(2,3) Temperature
  else
!****** Complex susceptibility calculation ******
    Chi=-(1.-(2./cx)*cJ1/cJ0)/pi4
    Re=real(Chi)
    Im=aImag(Chi)
    Module=sqrt(Re**2+Im**2)
    Phase=float(360)*atan(Im/Re)/pi
    write(2,2) Temperature, Re, Im, Module, Phase
  end if
end do

444 continue
close(2)
close(1)

CONTAINS

!*********************************
SUBROUTINE ProcessCommandArguments
```

```
character(len=256) :: arg, command
logical :: file_exists

call get_command_argument(0, command)
if(command_argument_count()==0) then
  print*,''
  print*,'USAGE: '//trim(command)//' data-file'
  print*,''
  print*,'Please, set data-file.'
  print*,''
  STOP
end if

call get_command_argument(1, arg)
InputFile=trim(arg)
inquire(FILE=InputFile, EXIST=file_exists)
if(.NOT.file_exists) then
  print*,''
  print*,'USAGE: '//trim(command)//' data-file'
  print*,''
print*,'There is no data-file with name "'//trim(InputFile)//'".'
  print*,''
  STOP
end if
END SUBROUTINE ProcessCommandArguments

END PROGRAM MAIN
```

Список литературы

1. Шмидт В.В. Введение в физику сверхпроводников. — М.: МЦНМО, 2000. — 402 с. — ISBN: 5-900915-68-5.

2. Vortices in high-temperature superconductors / G. Blatter, M.V. Feigel'man, V.B. Geshkenbein, A.I. Larkin, and V.M. Vinokur // Rev. Mod. Phys. — 1994. — Oct. — Vol. 66. — P. 1125–1388.

3. Clem John R., Sanchez Alvaro. Hysteretic ac losses and susceptibility of thin superconducting disks // Phys. Rev. B. — 1994. — Oct. — Vol. 50. — P. 9355–9362.

4. Brandt E.H. Irreversible magnetization of peen-free type-II superconductors // Phys. Rev. B. — 1999. — Vol. 60. — P. 11 939–11 942.

5. Temperature Dependence of Critical Current of $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ Films / A.V. Kuznetsov, I.I. Sannikov, A.A. Ivanov, and A.P. Menushenkov // JETP Lett. — 2017. — Vol. 106, no. 5. — P. 324–329.

6. Matula R.A. Electrical resistivity of copper, gold, palladium, and silver // J. Phys. Chem. Ref. Data. — 1979. — Oct. — Vol. 8, no. 4. — P. 1147–1298.

7. Абрикосов А.А. Основы теории металлов. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1987. — 520 с.

8. Лифшиц И.М., Азбель М.Я., Каганов М.И. Электронная теория металлов. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1971. — 416 с.

9. Вонсовский С. В. Магнетизм. — М.: Наука, 1971. — 1032 с.

10. Ирхин В.Ю., Ирхин Ю.П. Электронная структура, физические свойства и корреляционные эффекты в d- и f-металлах и их соединениях. — М., Ижевск : НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, Институт компьютерных исследований, 2008. — 476 с. — ISBN: 978-5-93972-684-9.

Оглавление

Лабораторная работа 1
АС-магнитометрия **3**
1.1. Методика измерений 3
1.2. АС-магнитометр 8
1.3. Управляющая программа 11
1.4. Настройка магнитометра 15
1.5. Управление тепловыми процессами 19
1.6. Порядок выполнения работы 21
1.6.1. Подготовка к измерениям 21
1.6.2. Проведение измерений 23
1.6.3. Обработка результатов измерений 24
1.7. Контрольные вопросы 24

Лабораторная работа 2
Сверхпроводящий переход в ВТСП-лентах **25**
2.1. Критическое состояние сверхпроводников второго рода . . 25
2.2. Намагничивание сверхпроводящей пленки в поперечном поле 28
2.3. Сверхпроводящий переход в ВТСП ленте в переменном магнитном поле 32
2.4. Порядок выполнения работы 37
2.4.1. Проведение измерений 37
2.4.2. Обработка результатов измерений 38
2.5. Контрольные вопросы 40

Лабораторная работа 3
Скин-эффект в меди **41**
3.1. Нормальный скин-эффект 43
3.2. Аномальный скин-эффект 45
3.3. Магнитный момент проводника в переменном поле 46
3.4. Системы единиц 48
3.5. Порядок выполнения работы 49
3.5.1. Проведение измерений 49
3.5.2. Обработка результатов измерений 50
3.6. Контрольные вопросы 51

Лабораторная работа 4
Магнитные переходы в диспрозии **52**
4.1. Обменное взаимодействие 52
4.2. Обменное взаимодействие в редкоземельных металлах . . 57
4.3. Магнитная восприимчивость антиферромагнетиков . . . 61
4.4. Ферромагнитный переход 66
4.5. Порядок выполнения работы 67
4.5.1. Проведение измерений 67
4.5.2. Обработка результатов измерений 68
4.6. Контрольные вопросы 69

Приложения **70**
А. Расчет АС-восприимчивости ВТСП-ленты 70
Б. Расчет скин-эффекта в цилиндрическом образце 72

Список литературы **76**

Алексей Викторович Богач
Андрей Анатольевич Иванов
Алексей Владимирович Кузнецов
Алексей Игоревич Подливаев

Методы АС-магнитометрии

Лабораторный практикум

Редактор М.В. Макарова
Оригинал-макет изготовлен А.В. Кузнецовым

Подписано в печать 07.02.2025. Формат 60 × 84 1/16.
Печ. л. 5,0. Уч.-изд. л. 5,0. Тираж 100 экз.
Изд. № 036-1. Заказ № 6.

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
Типография НИЯУ МИФИ.
115409, Москва, Каширское ш., 31.