

Федеральное агентство по образованию
Российской Федерации

МОСКОВСКИЙ ИНЖЕНЕРНО-ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)

С. А. Гончуков, В. К. Егоров

Лабораторный практикум
ФИЗИКА ЛАЗЕРОВ

Лабораторная работа
ОТКРЫТЫЙ
ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР

Москва 2008

УДК

ББК 22.344я

Е30

С. А. Гончуков В. К. Егоров Лабораторная работа «Открытый оптический резонатор». – М., МИФИ, 2008. ____ с.

Настоящее учебное пособие предназначено для студентов кафедры «Лазерная физика» МИФИ, проходящих обучение по специальности «Физика лазеров» при выполнении ими кафедрального лабораторного практикума, а также при изучении курсов «Физическая оптика», «Квантовая электроника» и других курсов кафедры. Учебное пособие может быть полезно также для студентов других физических специальностей при изучении квантовой радиофизики.

Рецензент ф.–м. н., проф. А. П. Менушенков

ISBN 978–Б-7262–1044–5

© *Московский инженерно-физический институт (государственный университет), 2008*

СОДЕРЖАНИЕ

Теоретическая часть	7
Введение	4
Типы открытых резонаторов и их устойчивость	7
Спектр продольных мод и добротность	10
Конфигурация поля и собственные частоты	12
Сканирующий интерферометр.....	22
Практическая часть	27
Лабораторная установка	27
Задание	32
Контрольные вопросы.....	33
Дополнения.....	35
1. Верно ли, что в лазерах применяют только открытые резонаторы?	35
2. Критерии малости дифракционных потерь	38
3. Открытый резонатор с вырождением собственных частот.....	39
4. Границы областей устойчивости открытых резонаторов	41
5. Короткий устойчивый резонатор.....	43
6. Прогулки по $g - \text{ диаграмме}$	47
7. Самые короткие резонаторы	56
8. Самые длинные резонаторы.....	58
9. Открытые резонаторы за пределами оптического диапазона	59
10. Микрорезонаторы	60
10. Неидеальные лазерные пучки	60
11. Заметки инженера о точности расчетов открытых резонаторов	62
Литература.....	68
Основная литература.....	68
Дополнительная литература	68

ВВЕДЕНИЕ

Лазер, оптический квантовый генератор, как и прочие генераторы электромагнитных колебаний, состоит из усилителя и устройства положительной обратной связи. Функцию устройства положительной обратной связи в лазере выполняет резонатор с собственными частотами в оптическом диапазоне.

В генераторе оптического диапазона резонатор может исполнять три важнейших функции:

- 1) накопление энергии колебаний в некотором объеме для увеличения времени когерентного взаимодействия электромагнитного поля с усиливающей средой,
- 2) формирование нужной диаграммы направленности излучения во внешнее пространство,
- 3) выделение (*селекция*) определенной частоты колебаний.

Функция накопления энергии свойственна резонаторам всех диапазонов, формирование диаграммы направленности – функция, специфичная и возможная в принципе только в оптическом диапазоне, где поперечные размеры волнового фронта на порядки больше длины волны. Селекция частоты колебаний, обычная для резонаторов радиодиапазона, в оптике, напротив, затруднена из-за больших, в сравнении с длиной волны, размеров резонатора. По этим причинам объемные резонаторы в виде полостей с отражающими стенками (рис. 1, *a*), типичные для радиодиапазона, мало пригодны для оптики. (Эта тема подробнее описана в дополнении 1.)

В оптическом диапазоне чаще всего применяют открытые резонаторы. Простейший и наиболее распространенный открытый оптический резонатор представляет собой пару зеркал, расположенных параллельно на некотором расстоянии друг от друга (рис. 1, *b*, *в*). Резонатор с плоскими зеркалами известен под названием эталона Фабри-Перо. Поле внутри резонатора представляет собой стоячую волну как результат интерференции волн, распространяющихся между зеркалами. Если резонатор содержит активное вещество, способное усиливать оптическое излучение, его называют активным (или просто лазером), в противном случае – пассивным; их применяют как интерферометры или фильтры.

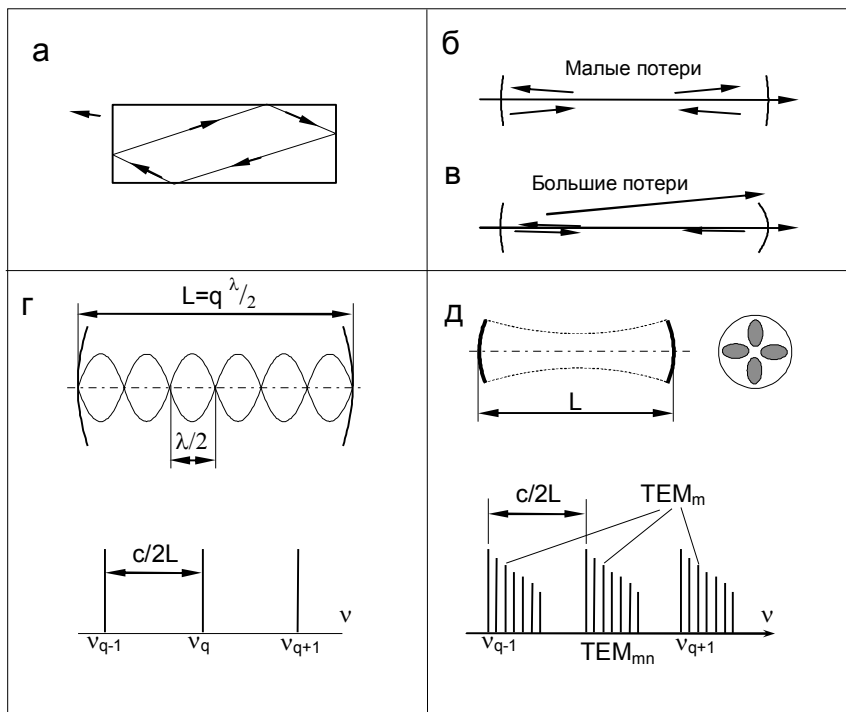


Рис. 1. Пассивный оптический резонатор:
а – закрытый; б, в – открытый, с позиций геометрической оптики,
г – открытый, в рамках простейшей волновой теории,
д – открытый, с позиций дифракционной теории

Напомним, что автоколебания в генераторе развиваются на частотах, для которых выполнено *фазовое* условие самовозбуждения: *набег фазы внутри замкнутой петли обратной связи равен точно $2\pi N$, где N – целое.*

Для радиогенераторов с сосредоточенными реактивными элементами (индуктивными и емкостными накопителями энергии) индекс $N = 1$; в генераторах СВЧ с объемными резонаторами обычно $1 < N < 10$. В оптическом диапазоне типично $N > 10^3$, так что устройство обратной связи здесь похоже на длинную линию задержки. Фазовое условие самовозбуждения тождественно условию положительной обратной связи. Понятно, что такое условие при большой длине линии задержки можно выполнить для огромного

множества частот, и потому селекция частоты колебаний в лазере, вообще говоря, требует дополнительных усилий.

В формировании собственных типов колебаний, или *мод* открытого резонатора важную роль играют дифракционные эффекты, которые приводят к потерям энергии из-за искажения фронта волны на краях зеркал. Обычно в первом приближении моды рассматривают и классифицируют, пренебрегая потерями, то есть как стационарные состояния поля. Мода резонатора есть такое устойчивое пространственное распределение поля, которое сохраняется неизменным по амплитуде и фазе. Каждую моду характеризует в первую очередь распределение амплитуды и фазы поля в пространстве, причем особо важную роль играет распределение поля в поперечном сечении резонатора. Как стационарное состояние, мода имеет определенную частоту. Из-за потерь в пассивном резонаторе поле со временем затухает; это затухание описывают как экспоненциальную зависимость от времени модуля напряженности поля (или как мнимую часть комплексной частоты). Соответственно, спектральную форму резонанса описывает не δ -функция, а контур с конечной шириной (обычно лоренцева типа).

В теоретической части предлагаемого учебного пособия изложены только наиболее важные сведения о простых двухзеркальных оптических резонаторах и гауссовых пучках, необходимые для практики инженерных расчетов в первом приближении. Вместе с тем, авторы сочли полезным рассмотреть некоторые, относящиеся к примитивным резонаторам, частные вопросы, которые по ряду причин редко упоминают в учебной литературе.

Матричные методы расчетов сложных оптических систем с гауссовыми пучками достаточно подробно описаны во множестве учебников и монографий. То же самое относится и к применениям круговых диаграмм. Конспективное изложение этих вопросов внесено в дополнение.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Типы открытых резонаторов и их устойчивость

На практике резонаторы лазеров представляют собой сочетания сферических и/или плоских зеркал. В общем случае их описывают как резонаторы со сферическими зеркалами, одно из которых обязательно невыпуклое. Специфичные для открытых резонаторов потери энергии, вызванные выходом поля волны за пределы апертуры зеркал (или некоторой диафрагмы между зеркалами) называют *дифракционными*, так как их порождает дифракционная расходимость светового пучка. Количественно дифракционные потери зависят от размеров, радиусов кривизны зеркал и расстояния между ними, а также от длины волны излучения.

Существуют конфигурации зеркал, в которых (с точки зрения геометрической оптики) происходит периодическая фокусировка пучка, попеременно отражающегося от зеркал, что и обеспечивает малость потерь. Эти резонаторы называют *устойчивыми*. В них дифракционную расходимость пучка компенсирует фокусирующее действие сферических зеркал. Более детальный анализ показывает, что распределение поля стоячей волны в устойчивом резонаторе устойчиво и в математическом смысле, т.е. малое возмущение геометрических параметров резонатора дает возмущение поля того же или меньшего порядка малости. Фактически при малой расстройке зеркал распределение поля только смещается, но качественно не меняется.

Резонаторы с некоторыми определенными соотношениями длины L и радиусов кривизны зеркал R_1, R_2 имеют особые названия, указанные в табл. 1. У конфокального резонатора совпадают фокусы зеркал, при этом он симметричен; у концентрического совпадают центры зеркал, и он также симметричен. У полуконфокального резонатора фокус сферического зеркала лежит на плоском зеркале, а у полуконцентрического резонатора центр кривизны сферического зеркала лежит на плоском зеркале.

Условие устойчивости первоначально получают в приближении геометрической оптики. Оно имеет вид

$$0 < abs(g_1 g_2) < 1, \quad (1)$$

где $g_i = 1 - L/R_i$, $i = 1, 2$. Радиус кривизны R_i считают положительным у вогнутых зеркал и отрицательным у выпуклых. На рис. 2 приведена так называемая диаграмма устойчивости, на которой указаны области устойчивости в координатах g_1, g_2 ; каждой конфигурации резонатора на ней соответствует своя точка. Обратное, вообще говоря, неверно: по крайней мере, одной точке g -диаграммы соответствует множество качественно различных конфигураций.

Таблица 1

Параметры некоторых устойчивых открытых оптических резонаторов

Тип резонатора	Радиусы кривизны зеркал	Расстояние между зеркалами	g_1	g_2	$D, c/2L$
Плоскопараллельный	$R_1 = R_2 = \infty$	L	1	1	0
Конфокальный	$R_1 = R_2 = R$	$L = R$	0	0	1/2
Концентрический (сферический)	$R_1 = R_2 = R$	$L = 2R$	-1	-1	1
Полуконфокальный	$R_1 = \infty, R_2$	$L = R_2/2$	1	1/2	1/4
Полуконцентрический (полусферический)	$R_1 = \infty, R_2$	$L = R_2$	1	0	1/2

Принципиально важное свойство устойчивых открытых резонаторов – сосредоточение поля вблизи от оси системы зеркал, то есть минимальность объема, занятого полем излучения при заданных граничных условиях. Отсюда не следует, что при этом обязательно устанавливается распределение поля с наиболее простой конфигурацией.

В лазерной технике используют не только устойчивые резонаторы. Существуют и неустойчивые конфигурации зеркал, в которых световой пучок не фокусируется, и при каждом его проходе существенная доля запасенной энергии поля выходит из резонатора. Поэтому в неустойчивых резонаторах дифракционные потери велики. Неустойчивые резонаторы часто применяют в мощных лазерах. Большие дифракционные потери в них компенсируются большим усилением активной среды. Вместе с тем, возможность получения в таких резонаторах большого объема, занимаемого основной модой, хорошей селекции высших поперечных мод и ди-

фракционного вывода излучения делает их привлекательными для использования в мощных лазерных системах.

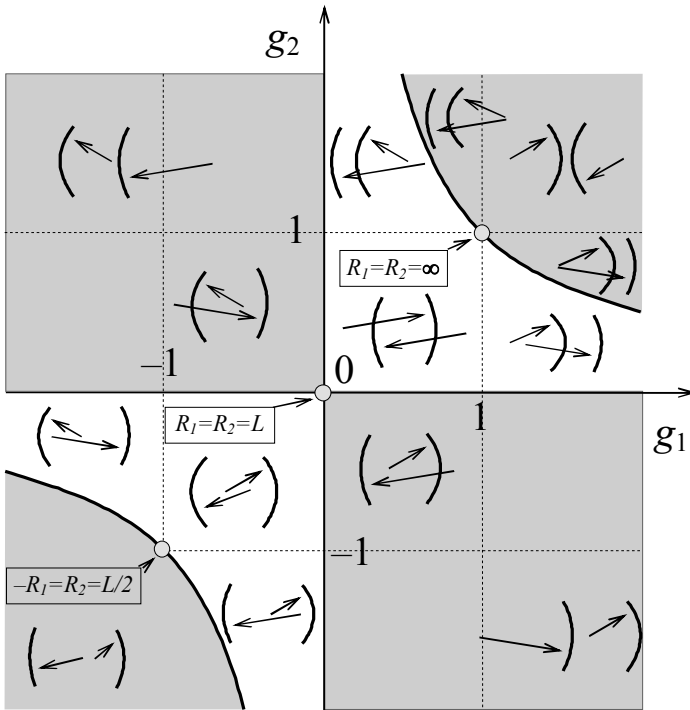


Рис.2. Диаграмма устойчивости
(области неустойчивости затемнены)

Далее мы будем рассматривать только простые устойчивые резонаторы с двумя зеркалами. Более сложные системы, состоящие из трех и более зеркал, содержащие линзы или дисперсионные элементы (призмы, решетки), а также системы со связанными резонаторами есть смысл изучать только после того, как хорошо осмыслены свойства примитивных двухзеркальных открытых резонаторов. Мы не будем рассматривать типы и свойства зеркал оптических резонаторов, далее считая их идеализированными и учитывая только потери на частичное пропускание зеркал. Некоторые наиболее важные сведения по упомянутым вопросам приведены в дополнениях.

Спектр продольных мод и добротность

Для формирования стоячей волны необходимо, чтобы между зеркалами (вдоль оси Z резонатора) укладывалось целое число полуволн,

$$L = q\lambda/2, \quad (2)$$

где λ – длина волны, а q – целое число (рис.1, z). Из (2) следует выражение для собственной частоты продольной моды;

$$\nu_q = c/\lambda_q = qc/2L, \quad (3)$$

где c – скорость света. Частотный интервал между соседними продольными модами, *область свободной дисперсии* (ОСД),

$$\Delta\nu = \nu_q - \nu_{q-1} = c/2L \quad (4)$$

Таким образом, спектр продольных мод представляет собой бесконечный набор эквидистантно расположенных частот. В лазере могут возбудиться только те продольные моды, которые попадают в пределы контура усиления лазерного перехода (рис.3), превышающего потери.

Вместе с определенным распределением поля и определенным значением частоты каждую моду характеризует добротность – умноженное на 2π отношение запасенной в резонаторе энергии колебаний к той ее доле, которая теряется за период колебаний. Добротность моды Q удобно представить выражением

$$Q = \nu/\Delta\nu_p, \quad (5)$$

где $\Delta\nu_p$ – спектральная ширина моды резонатора. Величина, обратная $\Delta\nu_p$, имеет смысл времени жизни фотона (излучения) в резонаторе τ_p и связана с потерями энергии за проход α соотношением

$$\tau_p = L/c\alpha \quad (6)$$

Приведем выражения для добротности и спектральной ширины моды резонатора через потери α :

$$Q = 2\pi\nu L/c\alpha, \quad (7a)$$

$$\Delta\nu_p = c\alpha/2\pi L. \quad (7б)$$

Для пассивных открытых резонаторов введен численный параметр – *резкость* (в иностранной литературе – *finesse*). Резкость – это отношение ширины ОСД (4) к ширине резонанса (7б);

$$\Phi = \Delta\nu/\Delta\nu_p = (c/2L)/(c\alpha/2\pi L) = 2\pi/\alpha. \quad (8)$$

Если дифракционные потери малы в сравнении с потерями на зеркалах, то резкость резонатора Φ не зависит от его длины, а зависит только от коэффициента отражения зеркал. Увеличив длину,

мы уменьшим и область свободной дисперсии, и ширину резонанса, не изменив их отношение. Иначе говоря, резкость зависит только от качества зеркал. Для лазеров резкость – параметр менее важный, чем добротность. Напротив, для пассивных резонаторов (анализаторов спектра и т.п.) резкость – важный инвариант длины. Упрощенно говоря, резкость показывает, сколько различных спектральных линий может содержать область свободной дисперсии. Обратим внимание на то, что резкость в общем случае тем выше, чем меньше совокупные потери всех видов в пассивном резонаторе. По этой причине качество различных пассивных резонаторов сопоставляют по их резкости. Понятие о резкости резонаторов (более удачным было бы название *резкость резонансов*) ныне применяют не только к открытым, но и к объемным резонаторам, так же как и понятие ОСД, с которым тесно связана резкость. О роли резкости подробнее сказано в дополнении 10.

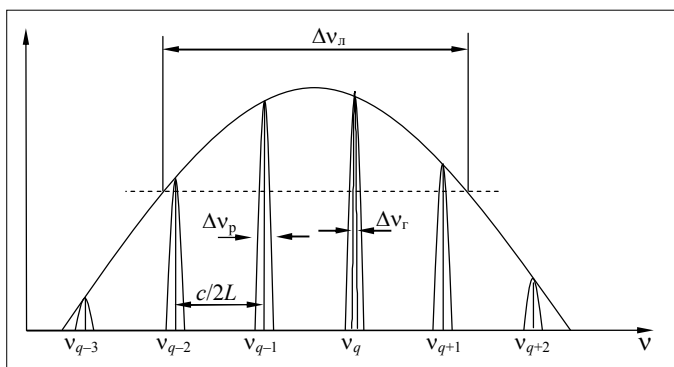


Рис.3. Спектральный контур усиления активной среды лазера и спектр продольных мод открытого резонатора

Потери резонатора складываются из дифракционных потерь, потерь на пропускание зеркал и на поглощение в зеркалах. В отличие от дифракционных, потери на пропускание и поглощение практически одинаковы для различных мод в частотном диапазоне усиления или генерации одного конкретного лазера. Если потери на поглощение безусловно вредны, то потери на пропускание принципиально необходимы для вывода излучения из резонатора через его зеркала.

Когда явно преобладают потери на пропускание зеркал, спектральную ширину моды можно выразить через коэффициенты отражения зеркал ρ_1, ρ_2 . Определив $\rho = \sqrt{\rho_1 \rho_2}$, можно получить общее выражение

$$\Delta\nu = \frac{c(1-\rho)}{2\pi L\sqrt{\rho}}. \quad (9)$$

В лазерах с невысоким усилением (несколько процентов на проход) применяют достаточно плотные зеркала с ρ около 99%, и при этом ширина резонанса $\Delta\nu_p \sim 10^6$ Гц. Такие параметры типичны для гелий-неонового лазера на длине волны 0,6328 мкм. Отметим, что правильнее сопоставлять не ρ_1 и ρ_2 , но $(1 - \rho_1)$ и $(1 - \rho_2)$, то есть пропускание зеркал (и вообще, потери в них). У типового гелий-неонового лазера пропускание переднего зеркала на порядок больше, чем пропускание заднего зеркала. В данном примере в знаменателе разумно упрощение $\sqrt{\rho_1 \rho_2} \approx 1$.

Одинаковыми коэффициенты отражения зеркал на практике в лазерах бывают очень редко, но для пассивных резонаторов (интерферометров) равенство $\rho_1 = \rho_2$ обычно, так как здесь часто применяют одинаковые зеркала.

Подчеркнем, что предельная ширина линии генерации лазера $\Delta\nu_r$, обусловленная флуктуациями спонтанного излучения, существенно меньше спектральной ширины моды резонатора $\Delta\nu_p$. Например, для гелий-неонового лазера на длине волны 0,6328 мкм с мощностью излучения 1 мВт должно быть $\Delta\nu_r \sim 5 \cdot 10^{-4}$ Гц, а $\Delta\nu_p \sim 1$ МГц. Технические и квантовые флуктуации значительно уширяют линию излучения лазера. Предельная ширина линии излучения, достигнутая на практике, составляет единиц герц.

Конфигурация поля и собственные частоты

Далее мы перейдем к более точному описанию открытого резонатора, учитывая дифракционные эффекты. Здесь уместно сопоставить два подхода, различных в постановке исходной задачи.

Если заданы основные требования к распределению поля (размеры сечений пучка на зеркалах, апертура усилительного элемента, расходимость в дальней зоне), то резонно начать расчет с определения параметров пучка, который предполагается реализовать в рассчитываемом резонаторе. Этот пучок по замыслу должен быть

наилучшим компромиссным приближением к исходным требованиям. Для этого случая важно, чтобы эти требования были совместимыми (например, малую расходимость нельзя совместить с малым сечением пучка). Установив параметры пучка, рассчитывают геометрию зеркал, дифракционные потери, собственные частоты и добротность резонатора.

Если первоначально задана геометрия резонатора, то естественным будет расчет параметров соответствующего ему пучка. После этого рассчитывают дифракционные потери и добротность резонатора. Эту схему расчета на практике разумно применять для проверки выбранных вариантов геометрии резонатора на соответствие расчетных и заданных параметров пучка.

Строгий расчет конфигурации поля и собственных частот открытого резонатора требует учета дифракционных эффектов, отвечающих за формирование мод. Такой расчет сложен, трудоемок и фактически может быть выполнен только численно даже для упрощенного, скалярного волнового уравнения, которым с удовлетворительной для практики точностью можно описать поле в резонаторе, поскольку все характерные размеры гораздо больше длины волны, и продольными компонентами напряженности поля в первом приближении можно пренебречь. Из-за очень больших трудностей строгого расчета на практике используют приближенную модель, которую называют эквивалентным конфокальным резонатором (ЭКР).

Поле в конфокальном (*симметричном!*) резонаторе с приемлемой для практики точностью представляют в виде так называемого гауссова пучка, или гауссовой волны. Среди всех возможных конфигураций гауссовых пучков выделена простейшая по виду, основная поперечная мода TEM_{00} , аналог однолепестковой диаграммы направленности излучения, у которой распределение напряженности электрического поля *в любом сечении* описывает функция вида

$$E = E_0 \exp[(-r/w)^2], \quad (10)$$

где w – параметр, имеющий смысл радиуса пучка, определяемый как расстояние r от оси, на котором амплитуда поля падает в e раз. Для этой моды дифракционные потери минимальны по сравнению с прочими, имеющими более сложные поперечные распределения поля; им в дальней зоне соответствуют многолепестковые диаграммы направленности излучения с большей расходимостью.

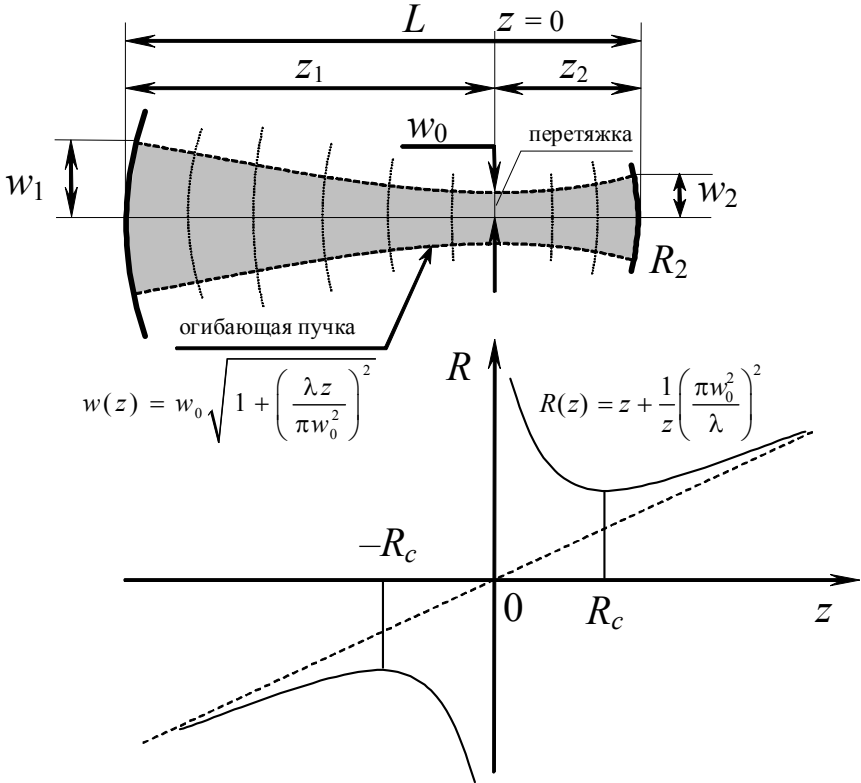


Рис. 4. Основные геометрические параметры гауссова пучка в резонаторе

В гауссовой волне (рис. 5) поверхности равных фаз в параксиальной области имеют форму *параболоидов* вращения, которую можно приближенно считать сферической, и существует точка так называемой перетяжки гауссова пучка, в которой одновременно минимальна его ширина w и равна нулю кривизна волнового фронта. Ширину гауссова пучка в перетяжке задает радиус кривизны зеркал (конфокальных!) и длина волны. Таким образом, при фиксированной длине волны множество симметричных конфокальных резонаторов задает множество гауссовых пучков. Важное свойство гауссова пучка – *подобие* распределения напряженности поля во всех его поперечных сечениях. Упрощенно, можно сказать, что в гауссовом пучке кривизна волнового фронта

и сечение взаимно согласованы так, что гауссово распределение поля, заданное в одном сечении пучка, задает подобное же распределение во всех сечениях.

Сущность метода ЭКР состоит в том, что для произвольного устойчивого резонатора со сферическими или плоскими зеркалами находят такой гауссов пучок, в котором поверхности равных фаз по расположению и кривизне совпадают с поверхностями зеркал. Ему соответствует конфокальный резонатор с радиусом кривизны зеркал

$$R = 2L \frac{\sqrt{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}}{g_1 + g_2 - 2g_1 g_2} \quad (11)$$

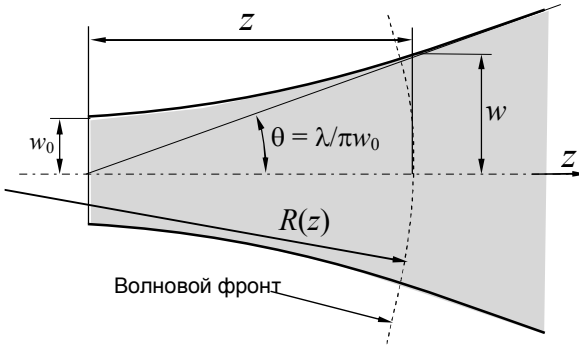


Рис. 5. Контур гауссова пучка

Гауссову волну удобно описывать в системе координат с началом в перетяжке и осью Z , направленной по оси симметрии пучка. Ширина пучка w и радиус кривизны волнового фронта R в этой системе координат

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2}, \quad R(z) = z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda} \right)^2. \quad (12)$$

При удалении от перетяжки, где волновой фронт плоский, радиус кривизны $R(z)$ сначала уменьшается до минимального размера $R(z) = (2\pi/\lambda)w_0^2$ на расстоянии $z = (\pi/\lambda)w_0^2$, а затем начинает расти и асимптотически стремится к z . Как видно из (13), при $z \gg (\pi/\lambda)w_0^2$ (дальняя зона), гауссова волна по локальным свойствам мало отличается от сферической и имеет расходимость $\theta = (\lambda/\pi w_0)$.

Объем V_M , занимаемый в резонаторе **полем основной моды**, после элементарного интегрирования по z , дает выражение:

$$V_M = \pi \lambda w_0^2 \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (13a)$$

Для плоско-сферического резонатора, после исключения w ,

$$V_M = \frac{\lambda R^2 \beta^2 (3 - 2\beta)}{3 \sqrt{\beta(1 - \beta)}}, \quad (13б)$$

где $\beta = L/R$. Зависимость V_M от R и L показана на рис. 7. При $R = (4/3)L$ объем моды минимален, что соответствует наибольшей устойчивости резонатора, когда дифракционные потери самые низкие.

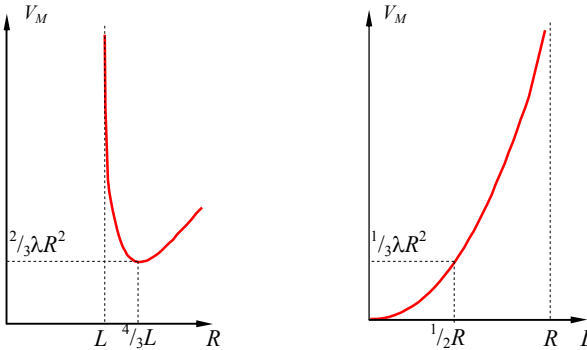


Рис. 6. Зависимость объема моды V_M от радиуса кривизны зеркала R и длины L плоско-сферического резонатора

Для симметричного резонатора

$$V_M = \frac{4\lambda R^2 \beta^2 (3 - 4\beta)}{3 \sqrt{\beta(1 - 2\beta)}} \quad (13в)$$

С учетом неоднородного распределения напряженности и интенсивности поля по сечению гауссова пучка, определение объема моды следовало бы уточнить, установив определенный количественный критерий, – например, в объеме моды должно быть сосредоточено 90% энергии поля.

На основе представлений о гауссовом пучке и ЭКР можно получить выражения для параметров распределения поля в произволь-

ном устойчивом резонаторе. Укажем далее выражения параметров гауссова пучка для заданной геометрии резонатора (длина L , радиусы кривизны R_1 и R_2). Для этого преобразуем (11), выразив g -параметры через геометрические размеры.

Радиус пучка в перетяжке

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^2 \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - L)}{(R_1 + R_2 - 2L)^2}. \quad (14)$$

Радиусы пучка на зеркалах

$$w_{1(2)}^4 = \left(\frac{\lambda R_{1(2)}}{\pi}\right)^2 \frac{R_{2(1)}}{R_{1(2)} - L} \frac{L}{R_1 + R_2 - L} \quad (15)$$

Расстояния z_1 и z_2 от зеркал до перетяжки

$$z_{1(2)} = L(R_{1(2)} - L)/(R_1 + R_2 - 2L). \quad (16)$$

Для симметричного резонатора ($R_1 = R_2 = R$) эти выражения примут упрощенный вид:

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{L(2R - L)}; \quad w_1^2 = w_2^2 = \frac{\lambda R}{\pi \sqrt{(2R/L) - 1}}; \quad (17)$$

при очевидном соотношении $z_1 = z_2 = L/2$.

Поперечные моды высших порядков

Устойчивые распределения поля типа гауссова пучка в конфокальном резонаторе реализуются и как моды более высоких порядков. В гауссовом пучке общего вида распределение напряженности электрического поля в любом сечении описывает функция вида

$$E = E_0 \exp[(-r/w)^2] \Phi_{mn}(r, \varphi, w), \quad (18)$$

где $\Phi_{mn}(r, \varphi, w)$ – функция, возрастающая не быстрее, чем полином. При прямоугольной форме зеркал произведение функции $\Phi(x/w, y/w)$ и гауссова множителя представляет собой функцию Гаусса–Эрмита, а при круглых зеркалах **произведение функции** $\Phi(x/w, y/w)$ и гауссова множителя – функцию Гаусса–Лагерра. Оба названных представления следует рассматривать как идеализацию реальных распределений поля, возникающих при отклонениях формы и расположения зеркал от строго заданных математических образов и симметрии. При этом наименьшие погрешности получаются в распределениях мод низших порядков. Чаше $\Phi(x/w, y/w)$ в первом приближении представляют произведением полиномов Эрмита, $H_m(x/w)H_n(y/w)$, более адекватным для реальных оптических систем с нарушенной аксиальной симметрией.

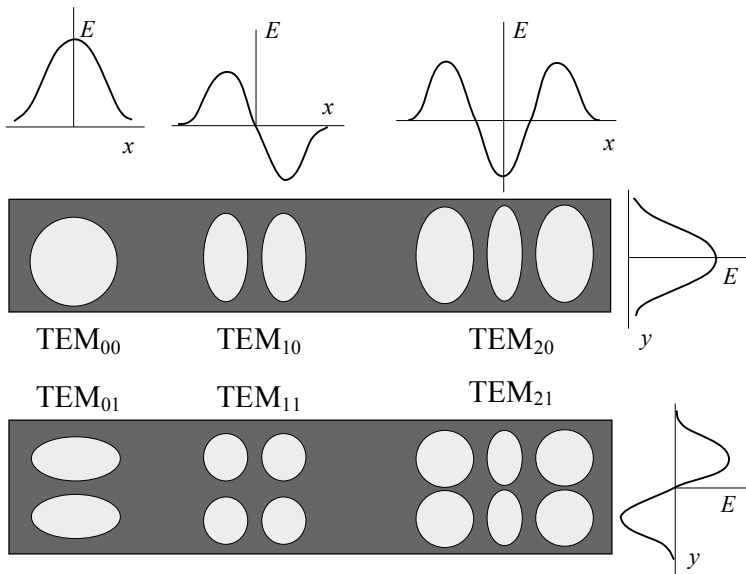


Рис. 7. Распределение амплитуды E и интенсивности поля на зеркале открытого резонатора для некоторых поперечных мод

Моды открытого резонатора принято обозначать как TEM_{mnq} . Буквы TEM происходят от английского названия “*Transversal Electric and Magnetic wave*”, означающего поперечно-электрическую и поперечно-магнитную волну, то есть электромагнитную волну, у которой равны нулю продольные компоненты и электрической и магнитной напряженностей поля. Строго говоря, такую может быть только плоская волна. Для лазера представление о поперечной волне служит достаточно точным приближением, так как радиусы кривизны волновых фронтов на несколько порядков больше длины волны. В обозначении TEM_{mnq} индекс q указывает число узлов стоячей волны между зеркалами резонатора (рис.1, z). Индекс m равен числу изменений направления поля по оси X (т.е. числу узловых линий, пересекаемых осью X), а индекс n – по оси Y , лежащей в плоскости поляризации волны. Для мод с осевой симметрией m и n указывают число изменений направления поля по радиусу и азимуту соответственно. Тип колебаний, соответствующий фиксированным значениям m и n (и произвольному индексу q), называют поперечной модой, а при фиксированном q – про-

дольной модой. Каждой поперечной моде соответствует набор продольных мод, различающихся числом узлов вдоль оси резонатора, т.е. индексом q . В общем случае различные поперечные моды при фиксированном q различаются по частоте (рис. 1, δ) и по уровню дифракционных потерь. В лазере генерация развивается в первую очередь на модах с малыми потерями. Часто в обозначениях индекс q опускают и моды называют TEM_{mn} , имея в виду только поперечное распределение поля и диаграмму направленности излучения.

Расходимость у мод высших порядков больше, чем у основной моды. Неплохим приближением для высших мод будет оценка

$$\theta_{mn} \propto \sqrt{(m^2 + n^2)}.$$

Для гауссовых пучков высших порядков понятие о поверхности равных фаз утрачивает строгий первоначальный смысл; по разные стороны от точки, где напряженность поля обращается в ноль (например, при x/w , соответствующем корню полинома Эрмита), фазы колебаний напряженности поля различаются точно на π .

При необходимости для селекции основной моды создают условия, при которых дифракционные потери для нежелательных мод резко увеличены. Например, при увеличении длины резонатора при прочих неизменных условиях падает число Френеля, следовательно, растут дифракционные потери, причем для высших мод быстрее, чем для основной. Обычно для селекции моды TEM_{00} в резонатор вводят диафрагму, которая ограничивает его апертуру. Диаметр диафрагмы b устанавливают по формуле

$$b \leq 4\varpi,$$

где ϖ – радиус гауссова пучка основной моды в месте установки диафрагмы. Часто функцию диафрагмы выполняет капилляр газоразрядной трубки.

Собственные частоты устойчивого открытого резонатора описывает выражение

$$\nu = \frac{c}{2L} \left[(q+1) + \frac{m+n+1}{\pi} \arccos(\pm \sqrt{g_1 g_2}) \right] \quad (19)$$

При фиксированном значении $m+n$ частотный интервал между продольными модами, соответствующий $\Delta q = 1$, равен $c/2L$. Такой же результат (см. (4)) дает и элементарное условие образования стоячей волны в резонаторе.

При фиксированном индексе q разность частот между поперечными модами, соответствующая разности $\Delta(m+n)=1$, зависит от конфигурации резонатора:

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L} \left[\frac{1}{\pi} \arccos(\pm\sqrt{g_1 g_2}) \right] \quad (20)$$

В конфокальном резонаторе собственные частоты

$$\nu = \frac{c}{2L} \left[(q+1) + \frac{m+n+1}{2} \right] \quad (21)$$

многократно вырождены.

Выражения для собственных частот приведены для мод в декартовых координатах. Для полярных координат пригодны эти же выражения с увеличенным вдвое индексом m , который теперь будет обозначать количество нулей по радиусу, а n – по азимуту. Собственные частоты не могут зависеть от системы координат, которую выбирают из соображений удобства идентификации мод.

Для оценки дифракционных потерь следует рассчитать числа Френеля для эквивалентного конфокального резонатора; они в общем случае относятся к обоим зеркалам, и при несимметричной конфигурации они могут быть различными:

$$N_{e1(2)} = \frac{a_{1(2)}^2}{\lambda L} \sqrt{\frac{g_{1(2)}}{g_{2(1)}} (1 - g_1 g_2)} \quad (22)$$

Для оценки дифракционных потерь при малых числах Френеля можно использовать графики рис. 8. При числе Френеля существенно более единицы дифракционные потери экспоненциально убывают, и тогда оценивать их на практике не нужно, так как они становятся меньше, чем все остальные потери на зеркалах.

Потери в пассивных открытых резонаторах связаны с пропусканьем и поглощением в зеркалах, а также с дифракционной расходимостью излучения, сформированного в пучок с ограниченной апертурой. Дифракционные потери оценивают по числу Френеля

$$N = a^2 / L\lambda, \quad (23)$$

где a – радиус апертуры зеркала. Число Френеля есть количество зон Френеля, видимых из центра зеркала на поверхности другого зеркала (диаметра $2a$). Чем больше N , тем меньше дифракционные потери, поскольку с ростом N дифракция играет все меньшую роль в формировании поля излучения на удалении от его источника.

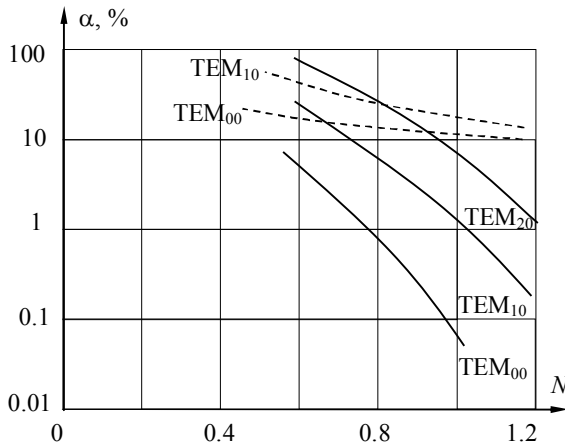


Рис. 8. Зависимость дифракционных потерь мощности излучения за один проход от числа Френеля N : плоскопараллельный резонатор – штриховые линии, конфокальный резонатор – сплошные линии

Укажем простую схему оценки влияния дифракционных потерь. Так или иначе, всякий пучок излучения приближенно можно характеризовать углами геометрической (лучевой) и дифракционной (волновой) расходимости. Число Френеля можно неформально определить как отношение видимого углового размера зеркала a/L и угла дифракции λ/a . Квадрат этого отношения есть отношение телесных углов лучевой и дифракционной расходимости. Исходя из этого, можно оценить дифракционные потери на основе приближенного представления затухания напряженности поля в резонаторе по мере удаления от оси. Асимптотика поперечного распределения поля близка к функции Гаусса, поэтому оценка дифракционных потерь при $N \gg 1$ приводит к элементарным интегралам вида

$$\int \exp(-r^2) r dr \Rightarrow \int \exp(-r^2) d(r^2).$$

При $N \sim 1$, что обычно соответствует сильно диафрагмированному резонатору с селектором поперечных мод или газовому лазеру с тонким капилляром газоразрядной трубки, даже грубые оценки дифракционных потерь требуют более детального знания распределения поля в резонаторе.

Сканирующий интерферометр

Наряду с использованием в лазерах, открытые резонаторы часто применяют для спектрального анализа лазерного излучения. Предназначенный для этого резонатор принято называть сканирующим интерферометром, так как одно из зеркал обычно делают подвижным и наблюдают зависимость пропускания такого перестраиваемого резонаторного узкополосного фильтра от *приращения* его длины.

Как видно из (3), изменение длины открытого резонатора приводит к перемещению максимума пропускания (моды) по частоте. Диапазон перестройки $c/2L$, в котором для одночастотного излучения существует только единственный пик пропускания, называют областью свободной дисперсии (ОСД). Если в резонаторе возбуждается только основная поперечная мода TEM_{00} , то ОСД $c/2L_2$ соответствует сдвиг зеркала на $\lambda/2$, и эта максимальная перестройка реализуется только при полном совпадении пространственной структуры поля падающей волны с низшей модой резонатора. Длину интерферометра выбирают так, чтобы ОСД, $c/2L_2$, превышала диапазон генерации исследуемого лазера, а спектральная ширина пика пропускания была, по крайней мере, менее, чем $c/2L_1$ (L_1 – длина резонатора лазера). Тогда сканирующий интерферометр обеспечит однозначный анализ спектра лазера с разрешением его *продольных* мод. При линейном изменении длины L_2 сигнал фотоприемника на выходе интерферометра в пределах области свободной дисперсии $c/2L_2$ отображает спектр падающего на интерферометр света. Возможность разрешения *поперечных* мод в излучении лазера зависит не только от соотношения длин резонаторов лазера и интерферометра, но и от коэффициентов отражения зеркал интерферометра. Действительно, спектральная ширина резонанса должна быть меньше, чем интервал между поперечными модами лазера.

При рассогласовании резонатора лазера со сканирующим интерферометром падающее излучение будет возбуждать различные (неосновные) типы колебаний, что приведет к появлению в наблюдаемом спектре "ложных" сигналов пропускания на высших поперечных модах интерферометра. Фактически рассогласование может уменьшить ОСД до неприемлемо малой.

Согласование резонаторов на практике сводится к возможно более точному совмещению распределения поля падающей волны с собственным распределением поля в основной моде резонатора-интерферометра. Достаточным условием может быть, например, совмещение координат и размеров перетяжек. Технически согласовать поля двух резонаторов можно при помощи линзы. Для этого необходимо, чтобы фокусное расстояние линзы F превышало характерный параметр F_0 :

$$F \geq F_0 = \frac{1}{2} \sqrt{L_{v1} L_{v2}} \quad (24)$$

где L_{v1} и L_{v2} – длины ЭКР для лазера и интерферометра. Из общей формулы (10) для симметричного резонатора интерферометра ($R_1 = R_2 = R$), упростив, получим

$$L_v = \sqrt{2RL - L^2}, \quad (25)$$

для плоскосферического резонатора ($R_1 = R, R_2 \rightarrow \infty$)

$$L_v = 2\sqrt{RL - L^2}. \quad (26)$$

Согласование будет выполнено, если

$$d_1 = F + \sqrt{\frac{L_{v1}}{L_{v2}}(F^2 - F_0^2)}, \quad d_2 = F + \sqrt{\frac{L_{v2}}{L_{v1}}(F^2 - F_0^2)}, \quad (27)$$

где d_1 и d_2 – расстояния согласующей линзы от перетяжек полей в лазере и в интерферометре. Оптическая схема согласования двух открытых резонаторов показана на рис. 9. На практике выбор линз ограничен, и расстояние между согласуемыми резонаторами также ограничено, например, допустимыми габаритами установки. В таких случаях вместо одной линзы можно использовать двухлинзовую систему, суммарную оптическую силу которой легко регулировать изменением расстояния между линзами. В месте расположения согласующей линзы должны совпадать радиусы гауссовых пучков, соответствующих согласуемым модам, а поэтому в общем случае для согласования необходимо и некоторое минимальное расстояние между резонаторами.

Отметим, что приведенные здесь формулы – лишь первое приближение к решению задачи на согласование резонаторов. В действительности и линзы, и подложки зеркал имеют конечную толщину, и распространение гауссова пучка в стекле отличается от его распространения в воздухе. Расчеты можно уточнить, если все

компоненты оптической схемы описывать матричным методом (см. дополнение 12?). Но даже самое отображение полей гауссовыми пучками – приближенное. По этим причинам для практики важнее не скрупулезный расчет согласования, а продуманная конструкция оптической системы с достаточным числом степеней свободы для подстройки положений наиболее критичных компонентов. В конце концов, положения всех оптических компонентов приходится подстраивать даже тогда, когда нужно воспроизвести оптимальную настройку системы после небольшой расстройки единственного ее элемента.

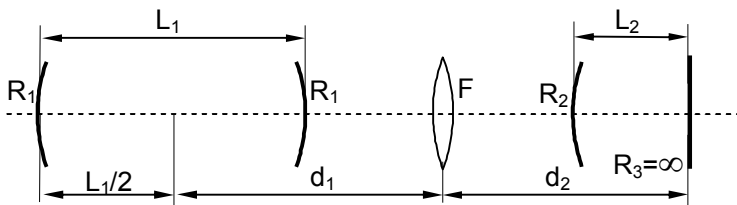


Рис.9. Оптическая схема согласования открытых резонаторов и ее основные элементы

Кроме согласующей линзы в оптическую схему с согласованным сканирующим интерферометром нужно вводить оптическую развязку, пропускающую свет только в одном направлении. Без такой развязки отраженный от зеркала интерферометра свет будет воздействовать на лазер, что приведет к искажению и нестабильности и регистрируемого сигнала, и самого излучения лазера. Оптическую развязку можно составить из поляризатора и ромба Френеля. Излучение лазера, проходя через поляризатор, падает на входную грань ромба с поляризацией в плоскости, составляющей с плоскостью лучей угол 45° . После двух полных внутренних отражений в ромбе вышедшее излучение приобретает круговую поляризацию. После отражения от зеркала интерферометра знак круговой поляризации меняется (направление вращения вектора \mathbf{E} не меняется, но меняется направление волнового вектора). После повторного прохождения света через ромб Френеля плоскость поляризации излучения будет ортогональна исходной, и поляризатор не пропустит его к лазеру. Фактически ромб Френеля выполняет функцию четвертьволновой пластинки.

Оптическую развязку можно получить и проще, если перед резонатором ввести ослабитель (поглотитель). При этом обычно удастся подобрать ослабление так, что при удовлетворительной мощности сигнала фотоприемника влияние отраженного света на лазер пренебрежимо мало (он испытывает ослабление дважды).

Пики пропускания на поперечных модах можно ослабить иным способом, хотя и ценой потерь в мощности сигнала пропускания. Внутри интерферометра можно установить диафрагму, вносящую заметные потери в поперечные моды высших порядков, но слабо влияющую на основную моду.

Следует четко различать две причины, по которым пропускание на высших поперечных модах может быть малым в сравнении пропусканием на основной моде:

- 1) увеличение дифракционных потерь для высших поперечных мод при малом числе Френеля,
- 2) улучшение качества согласования, то есть уменьшение интеграла перекрытия падающей волны с распределением напряженности поля волны, собственной для данного резонатора.

На практике две эти причины нетрудно различать, если обращать внимание не только на амплитуды резонансов пропускания, но и на их ширину. При большом числе Френеля добротности высших поперечных мод практически такие же, как и у основной моды. Рассогласование резонатора с падающей волной в таком случае приводит лишь к изменениям амплитуд пиков, связанных с разными модами, практически не меняя их ширины, одинаковые для всех пиков. Если же ширины резонансов пропускания на высших поперечных модах явно больше, чем на основном типе, и растут с увеличением поперечных индексов, то мы имеем дело с заметным влиянием дифракционных потерь.

Вернемся к вопросу о подавлении поперечных мод диафрагмированием пассивного резонатора. С практической точки зрения нет смысла вносить большие потери в моды вида TE_{M01q} , потому что им соответствуют собственные функции, *антисимметричные* по поперечным координатам. Интеграл перекрытия падающей волны с такой собственной функцией можно довести до приемлемо малого уровня только *поперечными* перемещениями интерферометра, а малые продольные смещения слабо влияют на возбуждение основной моды. Следовательно, диафрагмирование должно быть таким, чтобы оно вносило заметные потери в *симметричные* моды ви-

да TEM_{02q} и выше. Тем самым можно сохранить хорошую добротность основной моды.

Еще один способ облегчить согласование пассивного резонатора с падающей волной – применение резонаторов с сильным вырождением поперечных мод, более подробно рассмотренное в дополнении 3. Здесь мы ограничимся только упоминанием о вырождении поперечных мод в симметричном конфокальном резонаторе. Несмотря на то, что ОСД в нем вдвое меньше интервала между продольными модами, конфокальные резонаторы часто применяют в анализаторах спектров, в том числе и в промышленных приборах.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Лабораторная установка

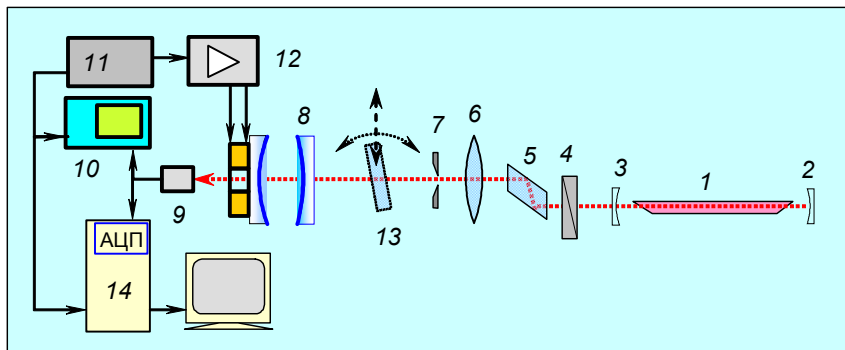


Рис.10. Схема лабораторной установки:

- 1 – газоразрядная трубка лазера ЛГ-203, 2 – заднее сферическое зеркало, 3 – выходное зеркало лазера, 4 – поляризатор, 5 – ромб Френеля, 6 – линза, 7 – диафрагма, 8 – сканирующий интерферометр, 9 – фотоприемник, 10 – осциллограф, 11 – задающий генератор развертки, 12 – парафазный усилитель напряжения, 13 – вспомогательная пластинка, 14 – ПЭВМ с АЦП

Общая схема лабораторной установки показана на рис. 10. В нее входят газовый лазер, сканирующий интерферометр, согласующая линза, устройство развязки с поляризатором и ромбом Френеля и фотоприемник. Для привода пьезоэлемента сканирующего интерферометра служат генератор периодического линейно-изменяющегося напряжения развертки и усилитель этого напряжения, к парафазному выходу которого подключен пьезоэлемент. Для наблюдения сигнала фотоприемника служит НЧ осциллограф.

Лазер ЛГ-203 обеспечивает мощность генерации около 1 мВт. Его полуконфокальный резонатор имеет длину 300 мм. Оптические окна газоразрядной трубки установлены под углом Брюстера, что задает линейную поляризацию излучения.

Сканирующий интерферометр образован сферическими зеркалами с $R=1$ м на расстоянии 5 см. Входное зеркало установлено в корпусе интерферометра неподвижно, а выходное приклеено к пьезоэлементу.

зоэлементу на фланце, положение которого относительно корпуса подстраивают винтами.

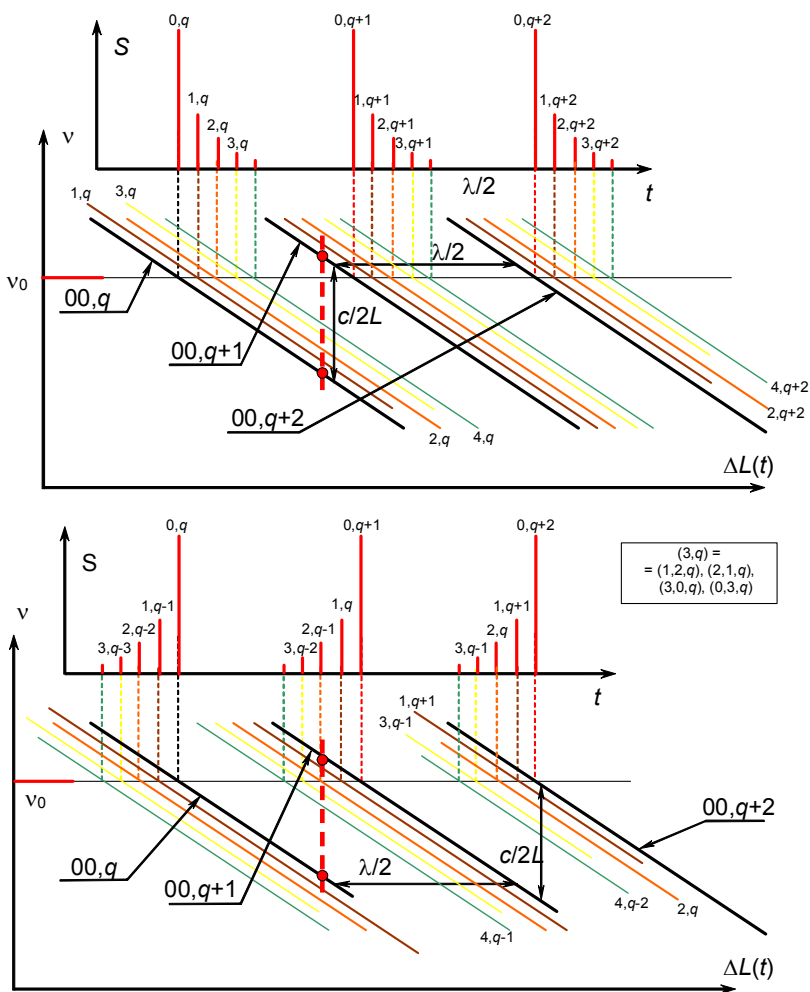


Рис. 11. Прохождение мод перестраиваемого резонатора через фиксированную частоту генерации одномодового лазера:
 a – резонатор положительной области, b – резонатор отрицательной области

Для согласования служит линза с фокусным расстоянием 33,3 см. Оптическая развязка состоит из пленочного дихроиче-

ского поляризационного светофильтра и ромба Френеля. Для юстировки оптической схемы по отраженным от оптических поверхностей лучам можно использовать подвижные сменные диафрагмы. Их же используют для пространственной фильтрации излучения, чтобы ослабить сигналы поперечных мод резонатора.

Для наблюдения сигналов от высших поперечных мод сканирующего интерферометра можно ввести регулируемое рассогласование падающего излучения и интерферометра при помощи стеклянной пластинки 13.

Для приема и обработки сигнала фотоприемника служит ПЭВМ с АЦП, работающая под управлением специализированной программы. Данный измерительно-вычислительный комплекс поддерживает отображение сигнала, его запоминание и запись, а также первичную обработку – определение относительных координат локальных максимумов сигнала (пиков пропускания сканирующего интерферометра).

Измерительная программа

В состав измерительной программы входят два модуля:

- 1) *”Сканирующий интерферометр”* – исполняемая программа MS DOS, отображающая сигнал сканирующего интерферометра и записывающая его в файл на жестком диске;
- 2) *“Открытый резонатор”* – рабочая книга Microsoft EXCEL, содержащая рабочие листы данных и макромодули импорта и обработки данных.

Модуль *”Сканирующий интерферометр”* работает в режиме реального времени как виртуальный запоминающий осциллограф. Запуск этой программы возможен как из среды MS DOS, так и из среды Windows. Программа отображает на экране текущую осциллограмму сигнала, отображает остановленную по команде оператора осциллограмму и записывает соответствующий ей сигнал как поток цифровых данных в виде текста.

В режиме обработки записанных данных на экране отображаются метки резонансов и их амплитуды. Полученные и отображенные на экране результаты обработки данных достаточны для дальнейшего расчета основных параметров резонатора.

Программа *”Сканирующий интерферометр”* не формирует пригодные для печати отчеты и графики. Эти функции поддерживают

макромодули рабочей книги “*Открытый резонатор*”. В ней записанная модулем “*Сканирующий интерферометр*” осциллограмма отображается на столбец электронной таблицы, а столбец автоматически или по команде пользователя отображается на график. Пользователь может применять как встроенные макромодули, так и собственные макропроцедуры. Программу “*Сканирующий интерферометр*” можно запустить непосредственно из рабочей книги и далее периодически переключать работу с одной программы на другую по мере надобности.

Рекомендуемая последовательность действий

1. Запустить приложение “*Открытый резонатор*” в группе “*Учебная лаборатория*”.
2. В вышедшем на передний план диалоговом окне “*Data acquisition & processing*” кнопкой “*SCAN*” запустить “*Сканирующий интерферометр*”.
3. Подстроить амплитуду сканирования и настройку интерферометра так, чтобы пики, соответствующие низшим поперечным модам, TEM_{00q} , попадали в отмеченные вертикальными линиями зоны на экране монитора. При этом масштабы развертки виртуального запоминающего осциллографа и сканирования интерферометра будут оптимально согласованы.
4. При необходимости подстроить оптическую схему на наилучшее согласование интерферометра с волновым фронтом падающего на него излучения. При этом первое из необходимых условий – исчезающе слабый пик, соответствующий модам TEM_{01q} , TEM_{10q} , второе необходимое условие – минимум отношения амплитуд пиков мод TEM_{02q} и TEM_{00q} .
5. Записать сигнал, нажав сначала клавишу «*Пробел*», а затем «*z*». После этого на экране будет отображена осциллограмма сигнала с разметкой обнаруженных на ней пиков (резонансов).
6. После повторного нажатия клавиши на экране будет отображена осциллограмма сигнала в логарифмическом масштабе с разметкой всех обнаруженных резонансов и указанием значений основных параметров резонансов.
7. Переключиться на рабочую книгу комбинацией клавиш *Alt + Tab*. Чтобы в работе программы не было сбоя, переключе-

ние следует выполнять только в режиме активной развертки осциллограммы.

8. При необходимости активизировать диалоговое окно, выбрав в меню *Tools* команду *Open Cavity* или комбинацией клавиш *Ctrl + Shift + Q*.
 9. В диалоговом окне выбрать одну из команд:
 - А) *Get Data* – загрузить в левый столбец таблицы последнюю запись сигнала;
 - Б) *Plot* – отобразить на график данные левого столбца таблицы;
 - В) *Plot Peak* – отобразить на график часть левого столбца таблицы в окрестности резонанса на низшей поперечной моде.
- При исполнении команды *Get Data* после загрузки данных в таблицу (лист «*Data*») автоматически строится график. После просмотра рекомендуем уничтожить этот график, чтобы он не увеличивал размеры файла рабочей книги. При необходимости график можно восстановить командой *Plot* (левый столбец, последняя запись) или *Plot Highlight* (выделенный столбец).
- Кроме того, принятые данные автоматически проходят предварительную обработку; результаты заносятся в верхнюю строку таблицы на листе «*Results*».
10. Для продолжения наблюдения осциллограммы сигнала переключиться в режим виртуального осциллографа комбинацией клавиш *Alt + Tab*.
 11. Далее следует действовать в соответствии с пп.4-10 данной инструкции.
 12. Для полной остановки программы ”*Сканирующий интерферометр*” нажать клавишу *Esc*. После повторного нажатия клавиши работа программы закончится и управление будет передано рабочей книге.
 13. Дальнейшую обработку данных и оформление отчетных материалов рекомендуем проводить средствами Microsoft EXCEL или иной программы, работающей с электронными таблицами (Origin, Lotus и т.п.)
 14. Полученные в ходе работы *данные и результаты следует сохранять только в новой отдельной рабочей книге*, скопировав в нее нужные листы исходной рабочей книги.
 15. При создании новой рабочей книги нужно записать в нее учетную информацию об исполнителях работы и дате выполнения

работы. Доступ к учетной информации возможен через меню *File – Summary Info* (Файл – Свойства).

Задание

1. Включить лазер и блок управления сканирующим интерферометром.
2. Проверить правильность размещения оптических элементов на трассе лазерного светового пучка.
3. Включить осциллограф. Получить сигнал пропускания сканирующего интерферометра.
4. Запустить на ПЭВМ программу поддержки измерений *SCANCAV5.exe*.
5. Выбрать в меню программы пункт *Virt Osc* (режим виртуального осциллографа реального времени).
6. При необходимости аккуратно подстроить положение сканирующего интерферометра на трассе так, чтобы сигналы пропускания на высших поперечных модах были минимальными (режим наилучшего согласования).
7. Настроить режим развертки сканирующего интерферометра (амплитуду управляющего напряжения и статическое смещение) так, чтобы в полосе обзора полностью умещалась вся область свободной дисперсии.
8. Записать осциллограммы в режиме наилучшего согласования и в режиме умеренного рассогласования (получить его при помощи вспомогательной рассогласующей пластинки).
9. В режиме умеренного рассогласования записать осциллограммы в уменьшенном диапазоне сканирования, так, чтобы на осциллограмме было три–четыре пика, соответствующих соседним поперечным модам.
10. По полученным осциллограммам определить:
 11. а) частотные интервалы между соседними поперечными модами интерферометра;
 - б) ширины резонансов для низших и высших типов колебаний интерферометра.

12. Оценить добротность резонатора сканирующего интерферометра и коэффициенты отражения его зеркал.
13. Оценить g -параметры резонатора интерферометра. Сравнить их со справочными параметрами. Рассчитать по справочным параметрам спектр поперечных мод интерферометра. Сравнить результаты измерений с расчетными.

Контрольные вопросы

1. Какие функции выполняют резонаторы в лазерах и в генераторах радиодиапазона?
2. В чем состоит существенное различие резонаторов СВЧ и оптического диапазонов?
3. Почему закрытые объемные резонаторы неприемлемы в оптическом диапазоне?
4. Что называют областью свободной дисперсии спектрального прибора? Какие параметры открытого резонатора задают его область свободной дисперсии?
5. Какие процессы формируют моды в открытом резонаторе?
6. Что называют числом Френеля и зоной Френеля?
7. Какие потери существуют в открытом резонаторе и как они влияют на различные моды?
8. Чем гауссов пучок отличается от плоской и сферической волн?
9. Как изменяется радиус кривизны волнового фронта в гауссовом пучке в зависимости от расстояния до перетяжки?
10. Покажите на g -диаграмме отображение семейства резонаторов:
 - плоско-сферических,
 - симметричных,
 - *с фиксированной кривизной зеркал,
 - несимметричных конфокальных,
 - концентрических.
11. *Какой конфигурации резонатора соответствует точка (1; 1)?
12. *Где на g -диаграмме отображаются семейства резонаторов с вырождением мод?
13. *Покажите на g -диаграмме отображение семейства резонаторов с вырожденными модами, для которых область свободной дисперсии равна $c/6L$.

14. Как можно согласовать два резонатора при их фиксированном расположении на общей оптической оси? При каких условиях это возможно?
15. *Оцените требования к точности сборки конфокального сканирующего интерферометра для анализа спектра излучения при заданных требованиях к разрешению и области свободной дисперсии.
16. **Как по виду сигнала сканирующего интерферометра определить направление движения его зеркала?
17. Какой практический смысл имеет противопоставление малых и больших дифракционных потерь в оптическом резонаторе?
18. ***Сравните дифракционные потери в полуконфокальном ($R = L/2$) и плоско-сферическом ($R = 3L/4$) резонаторах при апертуре, соответствующей числу Френеля $N = \pi$ в полуконфокальном резонаторе.
19. ***Как зависят дифракционные потери от расстояния между зеркалами плоско-сферического резонатора при фиксированной их кривизне?
20. Как лучше всего ориентировать в нашей установке лазер, учитывая поляризацию его излучения?
21. ***Как зависят дифракционные потери от кривизны сферического зеркала плоско-сферического резонатора при фиксированном расстоянии между зеркалами?
22. ***Как зависят дифракционные потери от расстояния между зеркалами симметричного сферического резонатора при фиксированной их кривизне?
23. ***Как зависят дифракционные потери от кривизны зеркал симметричного сферического резонатора при фиксированном расстоянии между зеркалами?
24. ***Как по наблюдаемому спектру поперечных мод открытого резонатора можно оценить дифракционные потери?
[* – повышенная сложность; ** – особая сложность; *** – вопрос для домашнего задания].

ДОПОЛНЕНИЯ

1. Верно ли, что в лазерах применяют только открытые резонаторы?

*«Всякое категорическое утверждение и обобщение некорректно».
Одна из формулировок парадокса Рассела*

Представления об оптических резонаторах, сформулированные незадолго до появления первых лазеров, до сих пор можно встретить в большинстве учебников. Они соответствовали характеристикам изученных к тому времени активных сред классических твердотельных и газовых лазеров. Главным выводом тогда было утверждение о невозможности использовать в лазерах объемные резонаторы.

В диапазоне СВЧ используют объемные резонаторы (рис. 1, а), – полости с отражающими поверхностями и размерами порядка длины волны излучения. Если размеры резонатора в оптическом диапазоне будут порядка длины волны, то объем помещенного внутри активного вещества будет крайне мал. Кроме того, из-за увеличения потерь при уменьшении длины волны (и объема), такой резонатор не выполнит в оптическом диапазоне функцию эффективно-го накопителя энергии.

Впоследствии, особенно после появления полупроводниковых лазеров, где усиление на порядки выше, чем в прочих веществах, а потери удалось снизить до приемлемого уровня, представления об *ограниченной* применимости малоразмерных объемных резонаторов в оптическом диапазоне пришлось уточнять и детализировать, не отвергая полностью.

Использовать в оптическом диапазоне объемные резонаторы с размерами много больше длины волны также затруднительно. В отражающей полости объема V число собственных типов колебаний в интервале частот $\Delta\nu$, равное $V(8\pi/c^3)v^2d\nu$ (где c – скорость света), быстро растет с частотой ν . Из-за этого спектр собственных частот сгущается настолько, что резонансные кривые различных типов колебаний перекрываются, и резонатор теряет свойство выделения (селекции) определенного типа колебаний по частоте.

Как показывают расчеты, доля типов колебаний; возбуждаемых (и слабо затухающих) в открытом резонаторе по сравнению с объ-

емным, составляет $a^2(1 - \rho^2)/8L^2$, где $2a$ – апертура зеркала, L – длина резонатора, ρ – коэффициент отражения зеркала. Для лазера с $a = 1$ см, $L = 100$ см, $\rho = 0,98$ эта доля равна $\sim 10^{-9}$.

Заметим, что ограничение распределения поля излучения в поперечном направлении (селекция поперечных мод) лишь частично помогает получить одночастотную генерацию. Если ширина спектрального контура усиления больше интервала между продольными модами ($c/2L$), то получить генерацию на одной продольной моде обычно не удастся без применения особых дополнительных мер. С этой точки зрения, открытые оптические резонаторы с длиной $L \gg \lambda$ задачу выделения единственной частоты генерации не решают.

В радиодиапазоне, включая СВЧ, в резонаторе автогенератора поле сосредоточено в области с размерами порядка длины волны, так что излучение, выходящее из полого резонатора через небольшое отверстие, очень быстро расходится в пространстве. Поэтому для вывода излучения из резонатора приходится использовать особые устройства связи с волноводными элементами выходного тракта и/или *антеннами*, формирующими диаграмму направленности излучения.

В оптическом диапазоне, напротив, поле в открытом резонаторе сосредоточено в области с размерами много более длины волны, поэтому при некоторых условиях он сам выделяет определенную несложную конфигурацию волны, излучаемой в пространство, то есть формирует диаграмму направленности излучения в дальней зоне.

Обзор лазеров различных типов приводит к более точным представлениям об оптических резонаторах. В частности, можно указать практически важные случаи, когда по некоторым признакам резонатор лазера более похож на закрытый объемный резонатор, нежели на классический открытый резонатор.

Полупроводниковый инжекционный лазер, особенно лазер с боковым оптическим ограничением, имеет резонатор, который описывают как отрезок диэлектрического волновода. Собственные типы колебаний таких резонаторов в общем более сложны по конфигурации поля, так как не относятся к типу ТЕМ и в ближней зоне не могут быть представлены поперечной волной. Отметим, что поперечные размеры эффективного резонатора полупроводниковых

лазеров хотя и превышают длину волны излучения, но не на порядок. В частности, у инжекционных лазеров среднего ИК диапазона толщина активной области (волновода) может быть порядка половины длины волны.

Несмотря на то, что у инжекционного лазера с боковым ограничением резонатор по существу объемный, набор собственных типов колебаний и собственных частот делают его более похожим на открытый резонатор. (В частности, сходство состоит в том, что в направлении преимущественного излучения у обоих резонаторов размер наибольший.) Селекция типов колебаний и резонансных частот в нем обеспечена спецификой граничных условий в диэлектрическом волноводе, которые в первом приближении можно представить как условия полного внутреннего отражения для бегущих плоских волн. Именно волнам, испытывающим полное внутреннее отражение на границах волновода, соответствуют собственные типы колебаний с малыми потерями.

Излучение инжекционного лазера за пределами волновода имеет сильную дифракционную расходимость; ее компенсируют при помощи коллимирующих объективов. В лазерах общего назначения формируют пучок, близкий к параллельному, а в аппаратуре с оптическими дисками – сфокусированный. Такие объективы можно рассматривать как аналоги антенн в оптике.

Существуют лазеры на основе активированных стекловолоконных световодов. В них для обратной связи используют не только отражение от зеркального покрытия торца волновода, но и спектрально-неселективное диффузное рассеяние в объеме, и встроенные в волновод частотно-селективные фазовые решетки. Впрочем, свойства отрезков диэлектрических волноводов как объемных резонаторов – самостоятельный раздел волновой оптики, слабо связанный с формальной теорией открытых резонаторов.

Существуют газовые лазеры с волноводной конфигурацией резонатора. В таких лазерах требование хорошего отвода тепла от газоразрядного столба при умеренном давлении (порядка 100 Торр) приводит к необходимости ограничения поперечных размеров газового разряда стенками волновода. В этом случае поглощение в стенках должно быть малым во избежание больших потерь, дифракционных по своей сущности. В волноводных структурах с *продольным* разрядом постоянного тока стенки волновода должны быть диэлектрическими, и отражение излучения от них описы-

вают формулы Френеля. В волноводных лазерах с *поперечным* ВЧ разрядом две стенки волновода должны быть диэлектрическими, а две стенки (электроды) обычно металлические. Граничные условия в таких волноводах разнородны на разнородных стенках; поглощение в скин-слое металлических стенок может быть не слишком большим, а потери на отражение от диэлектрических стенок можно оценивать по формулам Френеля с учетом эффективного угла падения волны на стенку, который в общем тем больше, чем выше поперечный индекс моды по координате, ортогональной данной стенке.

Существуют газовые лазеры, названные щелевыми (в английской терминологии – *slab laser*). Резонатор щелевого лазера представляет собой гибрид волноводного и открытого резонаторов; в нем большой объем моды обеспечен при малом уровне дифракционных потерь. Щелевой резонатор примечателен тем, что по одной поперечной координате распределение поля ограничено плоскими стенками волновода, а по другой – дифракционными эффектами в системе зеркал с устойчивой конфигурацией. Щелевые резонаторы применяются в мощных газовых лазерах на СО и СО₂.

Особый класс объемных оптических резонаторов, на которые исследователи обратили внимание сравнительно недавно, представляют собой *микрорезонаторы*; об их свойствах и применениях подробнее сказано в дополнении 10.

2. Критерии малости дифракционных потерь

При оценке потерь в резонаторе следует сравнивать дифракционные потери с потерями прочих типов, и обычно в первую очередь с потерями на вывод излучения, а также с коэффициентом усиления на один проход. Так, в резонаторе гелий-неонового лазера на 632,8 нм длиной 0,2 м, где усиление на один проход не превышает 1%, уровень всех потерь не может быть выше десятых долей процента. Поэтому при выборе конфигурации резонатора в подобных случаях на оценку дифракционных потерь следует обратить серьезное внимание. В частности, рациональным выбором параметров резонатора можно получить лазер с надежной генерацией лишь основной поперечной моды.

С другой стороны, при коэффициенте отражения зеркала около 50%, что типично для технологических лазеров на ИАГ, дифракционные потери более всего будут влиять на поперечные мо-

ды высоких порядков, то есть не на порог генерации, а на выходную мощность. В таких случаях нет смысла в скрупулезной оценке дифракционных потерь, так как уже грубость исходных предположений о распределении усиления по активной среде, учет нестационарности и нелинейных эффектов, тепловых линз и т.п. причин искажения волнового фронта излучения делают оценки собственно дифракционных эффектов недостоверными.

3. Открытый резонатор с вырождением собственных частот

К согласованию сканирующих интерферометров, кроме традиционного, существует и совершенно иной подход. Например, если использовать *конфокальный* резонатор, у которого существует многократное вырождение собственных частот, то ценой уменьшения ОСД вдвое ($c/4L$) можно облегчить согласование, что особенно ценно для переносимых анализаторов оптического спектра. Такие анализаторы со сканирующими конфокальными интерферометрами выпускает промышленность.

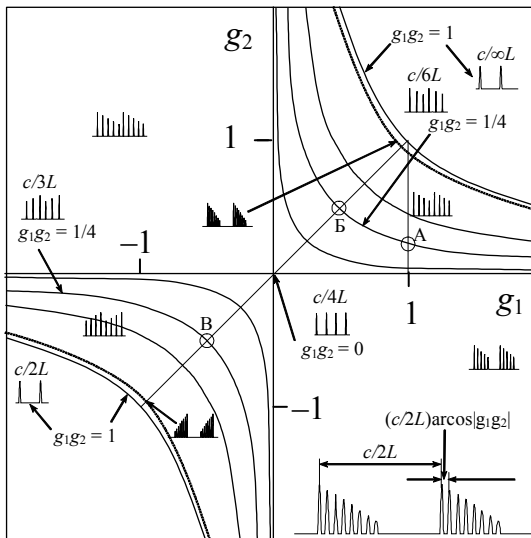


Рис.Д3.1. Расположение некоторых вырожденных конфигураций на g -диаграмме и виды спектров поперечных мод

Еще более сильно вырождение у плоского и концентрического резонаторов, и область свободной дисперсии у них $c/2L$. Правда,

все три названные конфигурации соответствуют границам устойчивости, поэтому их характеризует заметно больший уровень дифракционных потерь в сравнении с высокоустойчивыми резонаторами (как полуконфокальный). При этом обычно ограничения на апертуру у сканирующих интерферометров очень слабы, так что работать с числами Френеля порядка сотен нетрудно, а дифракционные потери при этом могут быть ничтожными в сравнении с потерями на пропускание реальных зеркал.

Возможно, компромиссом между требованием широкой области свободной дисперсии и малых дифракционных потерь может быть высокоустойчивая конфигурация с $g_1g_2 = 1/4$, у которой ОСД равна $c/6L$, и объем моды близок к достижимому минимуму. Такую конфигурацию можно получить в нескольких вариантах, которые теоретически представляются равноценными:

- 1) плоскосферический, $R = 4L/3$ (рис. Д3.1, точка А),
- 2) симметричный, $R = 2L$ (рис. Д3.1, точка Б),
- 3) симметричный, $R = 2L/3$ (рис. Д3.1, точка В),

и многие иные несимметричные конфигурации (гиперболы $g_1g_2 = 1/4$ на рис. Д3.1). Среди трех названных конфигурация 2 кажется предпочтительной, так как для нее при заданной длине резонатора нужны зеркала меньшей кривизны в сравнении с двумя другими вариантами. Заметим, что вообще в устойчивых резонаторах с сильным вырождением $R \sim L$, поэтому для интерферометра с ОСД порядка единиц гигагерц нужны зеркала с большой кривизной, нетипичные для промышленных лазеров.

Полезно оценить допустимые погрешности в изготовлении и сборке такого резонатора, обеспечивающую приемлемую для практики резкость порядка 100. Для этого зададимся погрешностью частоты моды TEM_{33} , равной $c/100L$, чему соответствует погрешность сборки резонатора в десятки микрон. В принципе процедура подгонки длины резонатора будет не сложнее, чем согласование невырожденного резонатора.

Читателю предлагаем следующие вопросы:

1. Как изменятся резонансы пропускания при снятии вырождения собственных частот, вызванном малым изменением длины резонатора?
2. Как отразится на спектре пропускания резонатора с вырождением частот селекция поперечных мод диафрагмированием?

3. Дает ли вырождение мод дополнительные выгоды при дифрагмировании пассивного резонатора?

Вырождение мод следует рассматривать прежде всего как чисто математический вывод из приближенной модели резонатора. На практике точное вырождение мод с сильно различающимися поперечными индексами маловероятно. Небольшое различие собственных частот, с учетом конечной ширины каждого отдельного резонанса приводит к формированию суммарных резонансов, ширина которых превышает ширину резонанса единственной моды. Дополнительное уширение тем больше, чем эффективнее возбуждаются высшие поперечные моды. Следовательно, и при сильном вырождении поперечных мод желательно согласование резонатора с падающей волной, хотя бы и не очень точное.

На возможность сильного вырождения частот поперечных мод следует обращать внимание при построении лазеров с многомодовой генерацией, когда требуется максимальная интегральная мощность излучения. В таком случае вырождение мод приводит к заметной конкуренции поперечных мод низших порядков с основной модой в пределах однородного контура усиления, и к неполному использованию общего неоднородного контура усиления, так как промежутки между группами сопадающих по частоте мод могут быть заметно шире, чем однородная ширина контура усиления. Это явление отмечено в эксперименте; оно приводит к снижению интегральной мощности излучения при вырождении в сравнении с невырожденной настройкой резонатора.

4. Границы областей устойчивости открытых резонаторов

Противопоставление устойчивых и неустойчивых резонаторов кажется безусловным с позиций геометрической оптики, но при дифракционном рассмотрении оно становится условным. Границы устойчивости на g -диаграмме разделяют области высоких и низких *дифракционных* потерь, а условность этого разграничения заключена в необходимости установить критерий малости потерь. Во всяком случае, чем больше число Френеля, тем резче подобное разграничение, и тем достовернее g -диаграмма отображает поведение потерь. С точки зрения дифракционной модели открытого резонатора резоннее было бы заменить g -диаграмму на карту зависимости дифракционных потерь от g -параметров при фиксированном числе Френеля. Такого рода пример (^[1], с. 135) показан на

рис. Д4.1, где видно, что и вне области устойчивости даже при малом числе Френеля существуют участки с уровнем потерь таким же, как и в области устойчивости. Это неудивительно, так как при малых числах Френеля дифракционные эффекты играют роль не менее важную, чем геометрические, и конкурируют с ними.

Лазер с резонатором у границы устойчивости (и даже за нею) при достаточно большом усилении активной среды может быть работоспособным. Неустойчивые резонаторы в таких случаях обеспечивают более эффективное использование объема активного вещества. Действительно, в устойчивом резонаторе поле низших мод сосредоточено вблизи от оси резонатора и поэтому слабо взаимодействует с усиливающей средой у периферии активного элемента. Поле даже основной моды в неустойчивом резонаторе более однородно распределено по объему активного элемента лазера, поэтому даже при большой апертуре оптики лазера существенно большую мощность излучения можно получить без увеличения расходимости излучения за счет генерации поперечных мод высоких порядков. Методы анализа и расчета неустойчивых резонаторов отличаются от методик, применяемых к устойчивым резонаторам. Эти методы ближе к геометрической оптике и представляют собой отдельную тему в теории оптических резонаторов.

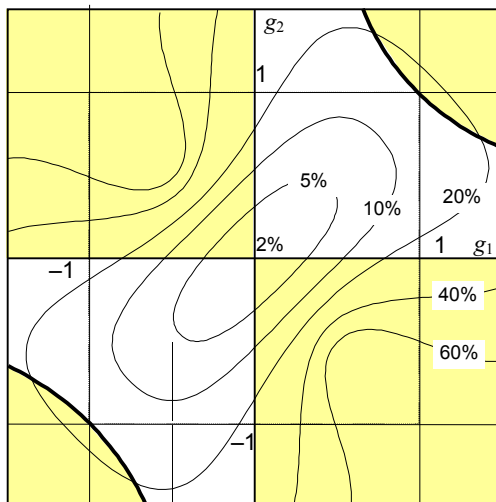


Рис. Д4.1. Качественный вид карты дифракционных потерь для моды TEM_{00} при числе Френеля $N = 0.5$

5. Короткий устойчивый резонатор

В данном разделе мы будем называть коротким (в особом смысле) устойчивый резонатор с $g_1 g_2 \approx 1$, у которого кривизна хотя бы одного зеркала *конечна*, и при этом $L \ll R$. Выполнить на практике такие условия нетрудно, и в практике короткие резонаторы встречаются нередко; в частности, в нашей лабораторной установке $L/R = 1/20$.

Поставим вопрос: *как изменяются параметры основной моды при уменьшении длины резонатора L в области $L \ll R$?*

Сразу же отметим, что традиционная интерпретация g -диаграммы в указанной области может ввести в заблуждение. Точку $(1; 1)$ обычно принято считать отображением плоскопараллельной конфигурации. В этом нет ошибки, но есть недомолвка. Даже формально параметр g стремится к единице не только при увеличении R и конечном L , но и при конечном R и уменьшении L . Ясно, что эти два случая принципиально различны по свойствам.

Плоскопараллельный резонатор – математически единственная конфигурация. Фактическая кривизна номинально плоских зеркал конечна; на нее влияют малые погрешности при изготовлении и

деформации при монтаже. Кроме того, обычный контроль плоскостности оптических поверхностей измерением фокусного расстояния (не более десятков метров) корректен только для вогнутых поверхностей. Методики контроля точности выпуклых поверхностей, как правило, переносят на измеряемую поверхность погрешности образцовой поверхности. С точки зрения инженера зеркала резонатора желательно делать вогнутыми и добиваться при этом минимальной (контролируемой) кривизны; тогда конфигурация резонатора будет устойчивой и очень близкой к плоскопараллельной. При необходимости получить конфигурацию поля, соответствующую плоскопараллельному резонатору с максимальной точностью, в принципе можно использовать сложные оптические схемы с настраиваемыми компенсаторами.

Короткие устойчивые резонаторы, напротив, образуют большое семейство с разнородными представителями. В дополнении 6 будет показано, что все устойчивые конфигурации при уменьшении расстояния между зеркалами приходят к точке (1; 1); среди них существуют и те, которые подходят к (1; 1) из зоны неустойчивости. Для этих последних конфигураций в реальных вариантах числа Френеля могут быть очень большими, а поэтому преобладать могут не дифракционные потери, а потери в зеркалах (см. дополнение 4).

Для простоты рассмотрим только симметричный резонатор с *фиксированным* радиусом кривизны зеркал R . Сначала проведем анализ формально. Напомним частные выражения для ширины гауссова пучка, собственного для симметричного резонатора (21).

$$w_0^2 = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{L(2R - L)}; \quad w_1^2 = w_2^2 = \frac{\lambda R}{\pi \sqrt{2R/L - 1}}; \quad (Д5.1)$$

Нетрудно убедиться в том, что при $L/R < 0.01$ и $L \gg \lambda$ приближенно верно

$$w_0^2 \approx \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{2RL}; \quad w_1^2 = w_2^2 \approx \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{2RL}(1 + \Delta), \quad \Delta \ll 1. \quad (Д5.2)$$

Разумеется, эти оценки применимы лишь до тех пор, пока все характерные геометрические размеры (w, L) на порядки больше длины волны. Поправку Δ можно оценить по обычной формуле, описывающей гауссов пучок, но для практики эта поправка не слишком важна.

Из приведенного расчета видно, что для коротких резонаторов можно ввести частный параметр с размерностью длины, среднее геометрическое длины и радиуса кривизны зеркал, $\sqrt[3]{LR}$. Вместе с длиной волны этот параметр задает порядок размера перетяжки основной моды короткого резонатора (Д5.2). Нетрудно показать, что тот же порядок величины, $\sqrt[3]{LR}$, имеет и диаметр полости, ограниченной продолжениями сферических поверхностей зеркал при $L \ll R$. Он много больше, чем диаметр перетяжки и близкий к нему диаметр пятна низшей моды на зеркале.

Далее приведем менее формальные соображения. Угол расходимости всякого гауссова пучка в перетяжке стремится к нулю вместе с производной по координате, а при удалении от перетяжки на малые расстояния он нарастает в первом приближении квадратично. Чтобы при такой эволюции угла расходимости диаметр пятна на зеркале стал значительно больше диаметра перетяжки, зеркало должно быть достаточно удалено от нее. В коротком резонаторе зеркало с ненулевой, но небольшой кривизной расположено относительно близко от перетяжки, и поэтому с ним согласуется узкий, слабо расходящийся вблизи от перетяжки гауссов пучок.

Из рассмотренного примера можно сделать следующие выводы.

1. Короткие (в узком смысле) резонаторы встречаются довольно часто. Их обычно применяют в компактных многомодовых твердотельных лазерах и как сканирующие интерферометры длиной порядка 10 см.
2. У короткого резонатора число Френеля может быть большим (более 10^2) даже при скромной апертуре, поэтому для него свойственны очень низкие дифракционные потери даже для поперечных мод очень высоких порядков.
3. Спектр поперечных мод в особо коротком резонаторе очень густой, поэтому селекция основной моды затруднена.
4. В коротком резонаторе объемы низших поперечных мод очень невелики, и это следует учитывать при расчете лазеров с короткими резонаторами. В первом приближении можно считать, что объем основной моды короткого резонатора

$$V_M \sim Lw_0^2 \sim \frac{\lambda}{2\pi} L\sqrt{2RL} \propto L\sqrt{L}; V_M \propto \sqrt{R}.. \quad (Д5.3)$$

5. Для эффективного подавления поперечных мод в коротком сканирующем интерферометре необходимо тщательное согласо-

ние волнового фронта анализируемого излучения с резонатором, а также желательна диафрагмировать пучок внутри резонатора.

Отметим, что все сказанное относилось только к коротким резонаторам, в которых зеркала вогнутые (или одно плоское). Короткие устойчивые резонаторы с одним *выпуклым* зеркалом нужно рассматривать особо, как это показано в дополнении 6.

К принципиально иному, плоскопараллельному резонатору модель гауссова пучка просто неприменима, так как ей соответствовала бы в этом случае неограниченная апертура зеркал.

Короткие устойчивые открытые оптические резонаторы с минимальными объемами мод представляют собой одну из разновидностей ранее упомянутых микрорезонаторов (подробнее о них сказано в дополнении 10). С точки зрения классической электродинамики, при *фиксированной* выходной мощности излучения лазера напряженность поля внутри резонатора тем выше, чем меньше объем моды и чем выше его добротность. То же самое относится и к отношению напряженностей полей волны, падающей на резонатор, и стоячей волны внутри резонатора. Разработка зеркал с крайне низкими потерями породила относительно новое направление развития квантовой оптики – *квантовую электродинамику резонаторов* (КЭР). Основные концепции КЭР примитивно можно описать так.

Если фотон заперт в резонаторе с характерным размером моды, на порядок меньшем, чем длина когерентности фотонов, испускаемых атомом в свободном пространстве, то энергия резонансного взаимодействия атома с этим фотоном внутри резонатора гораздо больше, чем в свободном пространстве. Фотон, испущенный атомом в такую моду, создает в резонаторе поле с напряженностью гораздо большей, чем в свободном пространстве. При высокой резкости (*finesse*) $\Phi \gg 1$ спектральная плотность интенсивности поля моды на частоте резонанса в Φ раз выше, чем в свободном пространстве. Поле *единственного* фотона в моде высокой резкости в масштабах энергий атома приходится рассматривать как сильное; стандартная квантовая теория возмущений к таким системам неприменима. Некоторые дополнительные комментарии на данную тему можно найти в дополнении 10.

6. Прогулки по g – диаграмме

"...глас вопиющего в пустыне:
Приготовьте дорогу Господу,
прямыми сделайте пути его!"

Ис. 40.3, Матф. 3.3, Марк 1.3, Лука 3.3, Иоанн 1.23

"OMNES·VIAE·ROMAM·DVCVNT"

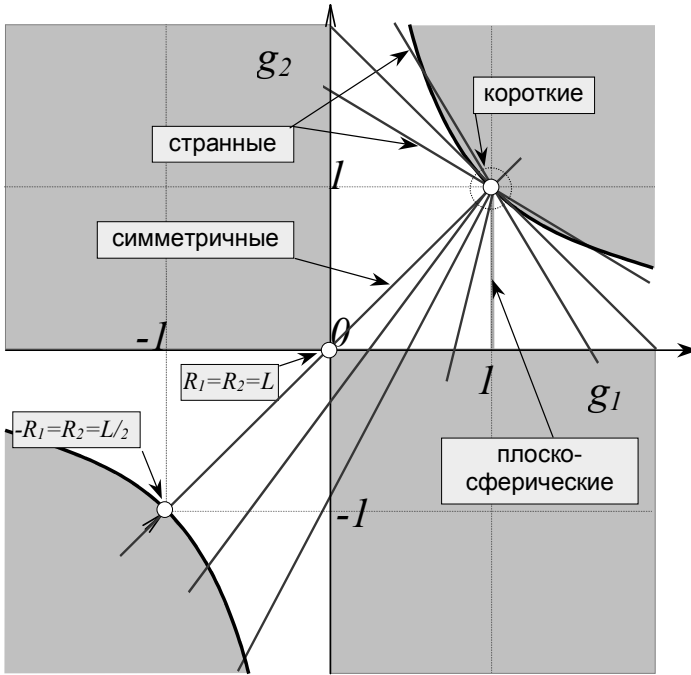


Рис.Д6.1. Множества различных конфигураций резонаторов с фиксированными радиусами кривизны зеркал и различной длиной. Все прямые проходят через точку (1; 1); угол наклона – $\arctg(R_2/R_1)$

Прежде, чем начать странствия по g – плоскости, желательно наметить пути, по которым есть смысл идти. Следуя призыву Иоанна Крестителя, все наши пути мы сделаем прямыми; для этого, выбрав два каких-либо конкретных зеркал, мы будем варьировать расстояние между ними. Это очевидно в сдвинутой системе координат,

$$g_i - 1 = x_i = -L/R_i$$

и на практике технически проще идти прямым путем, изменяя длину L , нежели варьировать кривизну зеркала.

Рим, в который ведут наши дороги, расположен в точке (1; 1). По традиции эту точку относят ко всему множеству плоскопараллельных резонаторов. На самом деле окрестности точки (1; 1) в равной мере можно считать областью коротких резонаторов, у которых $L \ll R_i$. Подробнее они описаны в дополнении 5.

"Большая дорога"

Возьмем два зеркала с одинаковыми радиусами кривизны. Все симметричные конфигурации, очевидно, отображаются на ось симметрии $g_1 = g_2$. Начнем путь из глубины положительной области устойчивости, например, из точки (1/2, 1/2), то есть с $L = R/2$. Обратимся к рис.Д6.2.

Из формул (Д5.1) видно, что при увеличении длины резонатора размер пятна на зеркале растет монотонно и достаточно медленно; диаметр перетяжки при этом растет медленно, проходит через плавный максимум при конфокальной конфигурации (0,0) и далее медленно падает до окрестности точки (-1, -1). В этой области начинается резкий рост диаметра пятна и столь же резкое уменьшение диаметра перетяжки. Мы приближаемся к концентрической конфигурации. В этой области, как видно из соотношения диаметров пятна и перетяжки, при небольшом увеличении длины растет чисто геометрическая расходимость пучка, и с нею неограниченно растет уровень дифракционных потерь. В реальных лазерах апертура резонатора ограничена размерами активного элемента, и почти концентрическая конфигурация неприемлема не только из-за повышенного уровня дифракционных потерь, но и из-за ограниченного объема моды (не более 1/3 от полного цилиндрического объема активного вещества).

Из (14) для симметричного резонатора радиус пучка в перетяжке

$$w_0^2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right) \sqrt{L(2R-L)}. \quad (\text{Д6.1})$$

Радиусы пучка на зеркалах (из (15))

$$w_1^2 = w_2^2 = \frac{\lambda R}{\pi \sqrt{2R/L - 1}}; \quad (\text{Д6.2})$$

В последнем выражении расходимость при $2R - L \rightarrow 0$ понятна, так же как и ноль при $L \rightarrow 0$. В исходной общей формуле (15) существует расходимость w при $L \rightarrow R$, устраняемая при точной симметрии зеркал. Обращение в ноль радиуса перетяжки w_0 при $L \rightarrow R$ тоже формально устраняется при полной симметрии зеркал.

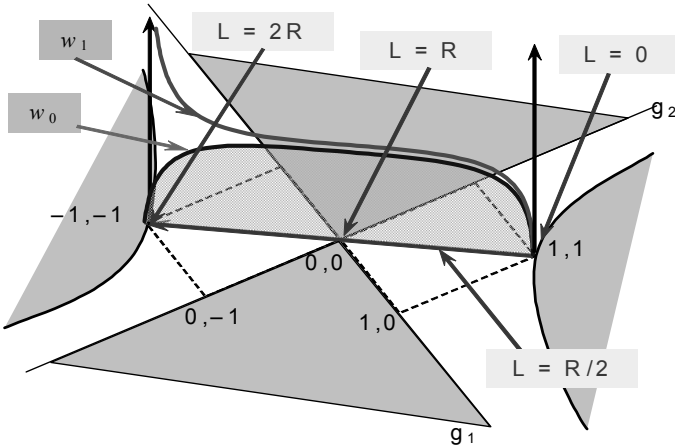


Рис. Д6.2. Зависимость размеров перетяжки и пятна на зеркале от g – параметров симметричного сферического резонатора

Направляясь из точки наиболее высокой устойчивости $(1/2; 1/2)$ к точке $(1; 1)$, мы будем приближаться к области коротких резонаторов, о которых достаточно сказано в предыдущем разделе. По мере уменьшения длины пучок сжимается, объем моды уменьшается, дифракционные потери падают. Но при всем этом расходимость в дальней зоне, далеко за зеркалами, тоже растет, и причина такого роста – дифракция все более узкого пучка. При $L \sim \lambda$ модель гауссова пучка становится неприменимой, так как при $w \rightarrow 0$ напряженность поля моды должна неограниченно расти, что недопустимо по физическому смыслу.

"По обочине"

*«Нормальные герои всегда идут в обход».
Бармалей и группа товарищей*

В первое путешествие мы отправились с абсолютно одинаковыми зеркалами, и поэтому нам удалось проскочить точку $(0, 0)$ без запинки. Небольшое различие зеркал должно направить наш путь чуть в сторону от главной диагонали, и точку $(0,0)$ мы обходим через край зоны неустойчивости (рис. Д6.3).

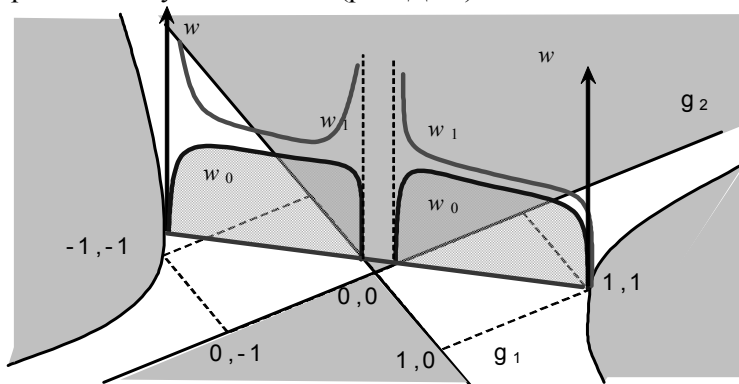


Рис. Д6.3. Зависимость размеров перетяжки и пятна на зеркале от g – параметров слабо-асимметричного сферического резонатора

Формально вблизи от $(0; 0)$ диаметр пятна на зеркале неограниченно растет, диаметр перетяжки столь же неограниченно сжимается. На практике такой катастрофы обычно нет, так как неограниченные решения не входят в класс допустимых решений физических задач. Фактически в окрестности $(0; 0)$ параметры моды лишь немного изменяются, и с учетом волновых эффектов высшего порядка и реального затухания волны в резонаторе дополнительные дифракционные потери в слабо-асимметричном конфокальном резонаторе могут быть незначительными. Иначе говоря, разрывы около точки $(0; 0)$ устранимы, если мы удержимся на обочине как можно ближе к "большой дороге".

"Напролом"

Если радиусы кривизны выбранных зеркал заметно отличаются, то наш прямой путь обязательно углубится в зону неустойчивости

(рис. Д6.4). Здесь разрыв области существования устойчивых мод неизбежен не только формально, но и на деле.

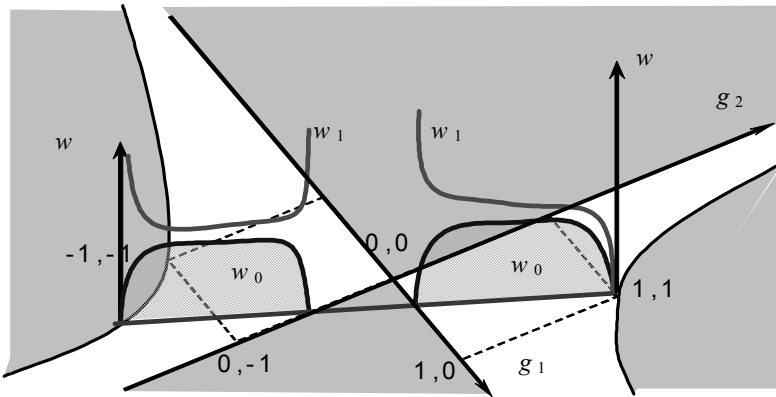


Рис. Д6.4. Зависимость размеров перетяжки и пятна на зеркале от g – параметров асимметричного сферического резонатора

Расчет для некоторого общего случая несложно провести по общим формулам (14)..(16). При этом следует обратить внимание на области определения соответствующих выражений.

Чтобы получить качественный вид зависимостей геометрических параметров моды во всех промежуточных случаях, достаточно учитывать *топологические* инварианты решений, то есть связность и поведение на границах.

Кроме всего прочего, следует учитывать и симметрию геометрических параметров моды по отношению к перестановке зеркал.

"Кратчайший путь"

На эту трассу (рис. Д6.5) отображаются резонаторы с одним плоским зеркалом; второе, конечно, должно быть вогнутым. Точке $(1, 1/2)$ соответствует очень часто применяемая в небольших газовых лазерах полуконфокальная система. Полуконфокальная конфигурация – очень устойчивая.

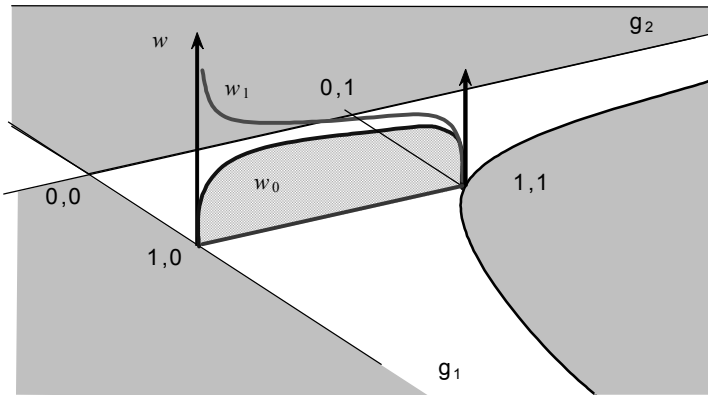


Рис. Д6.5. Зависимость размеров перетяжки и пятна на зеркале от g – параметров плоско-сферического резонатора

В плоско-сферическом резонаторе перетяжка пучка расположена на плоском зеркале, и вблизи от него локальная расходимость пучка минимальна. Такая конфигурация выгодна для оптических схем, где какой-либо элемент с небольшой апертурой должен работать в параллельном пучке излучения (к ним относятся, например, электрооптические и акустооптические модуляторы разного функционального назначения).

"Мы пойдем другим путем"

Возвращаясь к рис. Д6.4, рассмотрим для полноты обзора траектории, которые помечены как "странные". В отображенных на них конфигурациях нет ничего странного, только одно из зеркал здесь выпуклое, и перетяжка гауссова пучка в таких резонаторах находится *вне промежутка между зеркалами*, со стороны выпуклого зеркала. Резонаторы такой конфигурации применяют, быть может, реже, чем они того заслуживают, но не так уж редко; в них легче получить больший *рабочий объем моды*, в первую очередь за счет увеличения ширины пучка. Когда в лазере есть достаточное усиление, можно допустить повышение уровня дифракционных потерь, а компенсацией за это будет увеличение рабочего объема моды и, как следствие, рост выходной мощности лазера и улучшение его КПД. В английской терминологии резонатор такого типа называют "*tapered cavity*", имея в виду почти коническую форму пучка между

зеркалами (*taper* = конус, клин). Разумеется, такой пучок формируется только тогда, когда кривизна зеркал соответствует дальней зоне, а это не гарантировано при произвольном расстоянии между зеркалами.

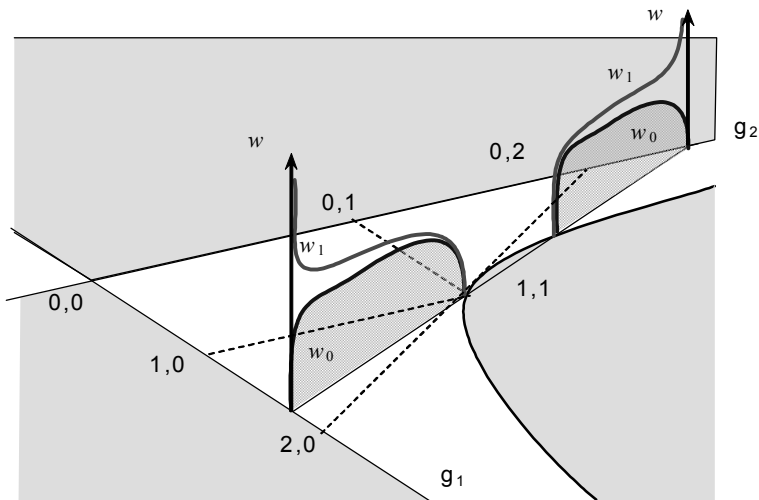


Рис. Дб.6. Зависимость размеров перетяжки и пятна на зеркале от g – параметров резонатора с одним выпуклым зеркалом

Полезное свойство резонаторов с выпуклым зеркалом – расположение перетяжки (области с плоским фронтом и минимальной шириной пучка) за пределами полости резонатора. Некоторые оптические элементы (например, электрооптический модулятор с малой апертурой или акустооптический модулятор) выгодно размещать именно в этой области.

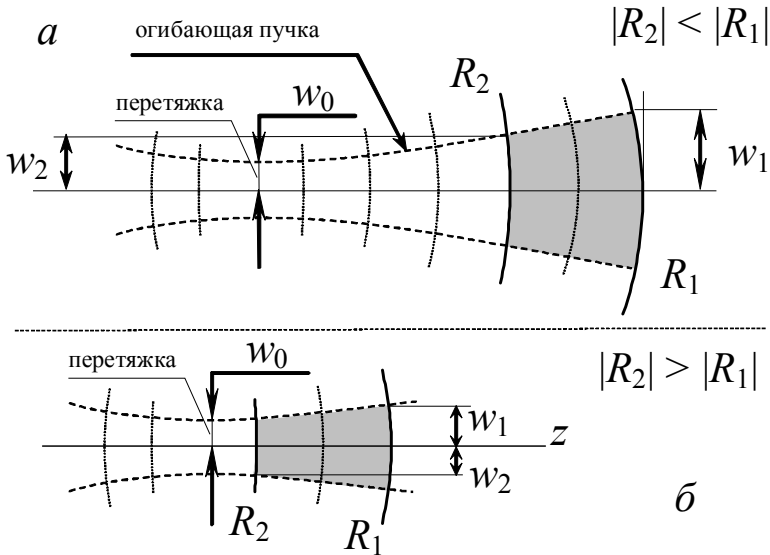


Рис. Дб.7. Конфигурации основной моды в резонаторах с выпуклым зеркалом:
 а – резонатор с зеркалами в дальней зоне,
 б – резонаторах с выпуклым зеркалом в ближней зоне

Устойчивые конфигурации поля в резонаторе с одним выпуклым зеркалом при малом расстоянии между зеркалами сильно отличаются от конфигураций поля в тех резонаторах, которые ранее мы назвали «короткими». В резонаторах с выпуклым зеркалом размер и положение перетяжки при сближении зеркал изменяются, **на первый взгляд, несколько своеобразно**. Быть может, наиболее поучителен следующий пример.

Возьмем зеркала с $R_2 = -R_1$. Конфигурации с такими зеркалами отображаются на касательную к гиперболе первого квадранта в точке (1; 1) (прямая (0; 2) \rightarrow (2; 0) на рис. Дб.6). Заметим, что поверхность выпуклого зеркала расположена ближе к перетяжке, чем поверхность вогнутого зеркала, а между ними кривизна волнового фронта *максимальна*. В этой точке расположена виртуальная поверхность зеркала ЭКР. Следовательно, при самом малом, но ненулевом расстоянии между зеркалами с $R_2 = -R_1$ конфигурация резонатора эквивалентна симметричному конфокальному с $R \approx R_1$.

Так, сближая два зеркала почти до совпадения их поверхностей, мы снова подходим к точке (1; 1). *Omnes viae Romam ducunt?* С чем же мы сюда пришли «*другим путем*»?

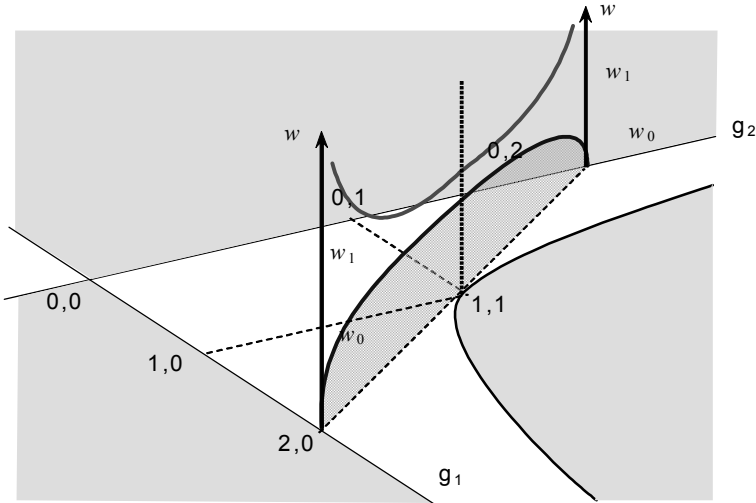


Рис. Д6.8. Зависимость размеров перетяжки и пятна на зеркале от g – параметров резонатора с выпуклым и вогнутым зеркалами равной по модулю кривизны

Все привычные пути шли в Рим из квадрата [(0; 0) (1; 1)], и формируемый пучок на таком пути неудержимо сжимался. На нашем особом пути формируемый резонатором пучок не сжимается. На это указывает и расчет по формуле (18), которую можно преобразовать к более выразительному виду

$$w_0^2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi} \right) \sqrt{R^2 - L^2} .$$

В пределе $L \rightarrow 0$ это выражение дает конечный радиус перетяжки, соответствующий ЭКР с $R = L$.

Резонатору со стремящимся к нулю расстоянием между совпадающими поверхностями зеркал *формально* соответствует множество различных гауссовых пучков с различными размерами и положениями перетяжек. Здесь теряется однозначность решения, что вполне закономерно: чтобы однозначно задать гауссов пучок,

недостаточно одного радиуса кривизны (его фиксируют зеркала) в одной точке; необходим еще один параметр. Такая предельная конфигурация не имеет практического смысла. Неформально, на рассмотренной траектории точка (1; 1) – устранимая особенность; малое смещение по траектории в любую сторону устраняет неоднозначность. Похожая устранимая особая точка – (0; 0); ей соответствует симметричная конфокальная конфигурация.

7. Самые короткие резонаторы

Начнем с отвлеченного (лишь на первый взгляд) вопроса: насколько коротким можно сделать устойчивый резонатор лазера? Параллельно попытаемся оценить, какие поперечные размеры и объемы активной среды можно будет использовать.

Для упрощения рассмотрим устойчивую короткую плоско-сферическую конфигурацию. Для нее мы можем использовать все результаты, полученные в доп. 5, с небольшой *модификацией (как именно?)*.

Ранее (см. дополнение 5) мы указали, что диаметр полости, заключенной между сферическими зеркалами при малом расстоянии между ними ($L \ll R$), есть $\sim \sqrt{LR}$. При этом объем моды (см. Д5.3) гораздо меньше объема этой полости ($\sim L^2 R$), что еще раз неявно указывает на устойчивость резонатора.

Теперь покажем, что поставленные вопросы вовсе не отвлеченные; современная лазерная техника придала им практический смысл. Ныне существуют технические возможности создать в объеме с микронными размерами усиление света, достаточное для получения лазерной генерации при длине активной области всего порядка микрометра и даже менее.

Известны полупроводниковые лазеры с крайне малой длиной резонатора (VCSEL – *Vertical Cavity Surface-Emitting Laser*). Структура VCSEL показана на рис. Д5.1. Усиление здесь сосредоточено в трех–пяти слоях толщиной по 5...7 нм. Квантовые размерные эффекты способствуют высокому усилению излучения. Расстояние между зеркалами *номинально* порядка 1 мкм, что при показателе преломления активной области лазера около 3 соответствует двум–четырем полуволнам. Подчеркнутое здесь слово *номинально* употреблено потому, что интерференционные зеркала в таком лазере должны иметь коэффициент отражения более 99%, то есть по необходимости состоят более чем из десяти слоев с оптиче-

ской толщиной в четверть длины волны. Общая толщина интерференционного отражателя может достигать десятка длин волн, поэтому граничные условия в таком резонаторе гораздо сложнее и менее точно определены. В подобных случаях решение для области отражающей структуры представляют в виде экспоненциально затухающей волны, и на границе сшивают его с решением для области усиления в виде суперпозиции встречных экспоненциально нарастающих волн. Так ставят задачу для одномерной модели, вполне применимой к инжекционным лазерам с брэгговскими отражателями, где поперечное распределение поля без большого ущерба можно считать однородным. Для короткой структуры поперечной неоднородностью пренебречь вряд ли можно. Кроме всего прочего, в рабочем режиме в структуре VCSEL обязательно присутствует хотя бы слабая тепловая линза; температура в середине активной области всегда несколько выше, чем на ее периферии, а при нагреве у широкозонных полупроводников (именно их применяют в существующих VCSEL) показатель преломления растет.

По этим причинам трудно указать верную модель для описания конфигурации поля и спектра собственных частот VCSEL. Может быть, для него более пригодна модель бесселевой волны. Тем не менее, и для такого случая нетрудно указать общие черты в конфигурации собственных мод столь непривычного (до недавних пор) резонатора.

Частотный интервал между соседними продольными модами, выраженный в волновых числах, должен быть порядка $1/(10..100)\lambda$, то есть порядка 10^2 см^{-1} ; такой же порядок величины (и менее) имеет и ширина линии усиления в полупроводнике. Следовательно, лазер может работать либо на единственной моде, либо на небольшом числе мод с невысокими поперечными индексами и одним продольным индексом порядка десятка. Несмотря на то, что поперечные моды очень короткого резонатора сильно вырождены, но спектральный интервал между продольными модами здесь довольно велик, и пропорционально ему может быть заметным интервал между поперечными модами.

Не исключено, что в область спектра, где усиление превышает потери, вообще не попадет ни одна мода с низким поперечным индексом. В результате VCSEL может просто не заработать при неудачном выборе геометрических параметров его структуры.

Для высших поперечных типов с более сложной конфигурацией поля придется учесть зависимость коэффициента отражения интерференционных зеркал от *индекса* поперечной моды. Такой зависимостью в обычных открытых резонаторах правомерно пренебрегают, так как дополнительные набеги фазы в отражающих интерференционных покрытиях зеркал на несколько порядков меньше, чем набег фазы на длине резонатора. Вполне возможно, что для VCSEL более адекватно его описание как оптической системы с нерезкой апертурной диафрагмой, которая и обеспечивает селекцию поперечных мод. Сечение области эффективного усиления в структурах VCSEL обычно не превышает 100 мкм^2 , и для оптимизации структуры, может быть, полезно оценивать и согласовывать набеги фазы в покрытиях зеркал с поперечными размерами активной области.

Еще один практически интересный вариант оптического резонатора крайне малых размеров – микрорезонаторы в виде кварцевой сферы диаметром порядка 1 мм и менее (до 20 мкм). Такой резонатор работает на кольцевых модах, конфигурация поля которых в значительной мере напоминает поверхностную волну. При высокой чистоте материала и поверхности добротность резонатора может превышать 10^8 , но реальная ширина области свободной дисперсии при этом невысока, так как трудно устранить возбуждение множества поперечных мод высших порядков.

8. Самые длинные резонаторы

В одной из ранних работ описан эксперимент с рубиновым лазером, длина резонатора которого превышала 100 м. Целью исследований были динамические режимы излучения лазера с довольно большим временем жизни фотона в резонаторе. Вряд ли такие системы могут представлять интерес для практики.

Более практичны системы с многозеркальными резонаторами, применяемыми в щелевых газовых лазерах (см. дополнение 1). Длина одного прохода в таких резонаторах может превышать десятки метров, и поэтому расстояние между продольными модами здесь может быть менее 10 МГц, то есть на порядок меньше ширины контура усиления в CO и CO₂. В результате малые вариации длины резонатора (температурный дрейф и пр.) практически не влияют на мощность генерации лазера.

Наиболее длинные резонаторы из числа известных предназначены не для лазеров, а для интерферометрических детекторов. Самые амбициозные проекты связаны с попытками детектирования гравитационных волн, порождаемых такими космическими катастрофами, как гравитационный коллапс массивных звезд и т. п. Примером может быть установка LIGO, где детектором служит интерферометр типа Фабри–Перо с базой 4 км.

В резонаторах-интерферометрах такого назначения на первый план выходят факторы, влияющие на шумовые характеристики детектора; их крайне редко учитывают в практике инженерного расчета лазеров и интерферометров. В частности, при проектировании лазеров и типовых интерферометров не принимают во внимание тепловые акустические шумы в зеркалах, давление лазерного излучения на зеркала и иные крайне слабые возмущения; влияние подобных факторов создает в детекторе шум, сравнимый с уровнем ожидаемых сигналов. Комплекс задач оказывается очень сложным; к настоящему времени данное направление исследований пока не дало результатов и наблюдений, значимых для астрофизики и космологии.

9. Открытые резонаторы за пределами оптического диапазона

Применение открытых устойчивых резонаторов в радиодиапазоне не порождает никаких принципиальных вопросов, но заслуживает некоторых комментариев.

Ранее мы рассматривали системы зеркал с расстоянием между ними порядка тысяч длин волн и более. В этих случаях модель гауссовой волны как собственной волны резонатора вполне адекватна и не приводит к грубым ошибкам на практике. Если же все размеры открытого резонатора лишь в несколько раз превышают длину волны, то модель следует пересмотреть; в постановку задачи никак не может войти скалярное волновое уравнение.

При всех этих оговорках, открытые резонаторы нашли применения на СВЧ. В одном эксперименте открытые резонаторы с расстоянием между сферическими зеркалами около 3 см работали на резонансной частоте 51 ГГц. Время жизни фотона в резонаторе авторы оценили как 160 мкс, то есть добротность достигала $8 \cdot 10^6$. По утверждениям авторов, преобладали потери за счет диффузного рассеяния на полированных поверхностях зеркал. Отражающие

поверхности, покрытые ниобием, при рабочей температуре всей установки 0,6 К были в сверхпроводящем состоянии. Все эти данные показывают, что в описанном резонаторе дифракционные потери составляют малую долю в общей совокупности потерь.

Несколько иной, экстремальный пример применения особо коротких открытых резонаторов – электромеханические кварцевые резонаторы высокой добротности, работающие в диапазоне 1..5 МГц. Типовая добротность прецизионных кварцевых резонаторов – $2 \cdot 10^6$. Резонаторы такого типа имеют форму линзы, в них возбуждаются ультразвуковые поперечные (сдвиговые) волны. Длина такой волны в монокристалле кварца при частоте 5 МГц – около 1 мм. На расстоянии между сферическими поверхностями (несколько более миллиметра) при этом укладывается только три или пять полуволн. Объем моды в подобных резонаторах составляет менее 10% от общего объема резонатора. На периферии тела резонатора мощность колебаний столь мала, что на частоту и ширину резонанса практически не влияют подпайки контактов к пленочным электродам и элементы механического подвеса кристалла. Иначе говоря, в кварцевом ультразвуковом резонаторе акустические волны концентрируются у оси примерно в той же мере, как и в открытом устойчивом оптическом резонаторе.

Разумеется, аналогия ультразвукового и оптического резонатора лишь частичная. Здесь есть заметное качественное сходство в конфигурации стоячих волн, но переносить с одной системы на другую количественные оценки вряд ли правомерно. В частности, для оптики и ультразвука граничные условия на отражающих поверхностях существенно различны.

10. Микрорезонаторы

Текст в разработке. – В.Е.

11. Неидеальные лазерные пучки

При разработке многих лазерных систем, в особенности твердотельных, приходится обращать особое внимание на изменения рефракции оптических элементов, подверженных сильному разогреву (тепловые линзы) и/или воздействию поля высокой напряженности (керровские линзы). С одной стороны, именно использо-

вание нелинейных эффектов, наподобие керровской линзы, позволяет получать такие экстремальные режимы излучения, как генерация фемтосекундных импульсов. С другой стороны, факторы, искажающие волновой фронт излучения лазера, удается учитывать только по результатам испытаний конкретной системы; для этого необходимы определенные критерии качества пучка излучения и методики их количественной оценки.

Фактор качества пучка излучения M^2 – наиболее часто применяемый количественный показатель расходимости; для пучка с углом расходимости θ параметр M^2 определен соотношением

$$\theta = M^2 \frac{\lambda}{\pi w_0},$$

где w_0 – радиус пучка в перетяжке, λ – длина волны. Параметр M^2 показывает, во сколько раз расходимость пучка превышает дифракционную расходимость идеального гауссова пучка с дифракционной расходимостью, соответствующего моде резонатора TEM_{00q} ; для такого пучка фактор $M^2 = 1$; во всех прочих случаях $M^2 > 1$.

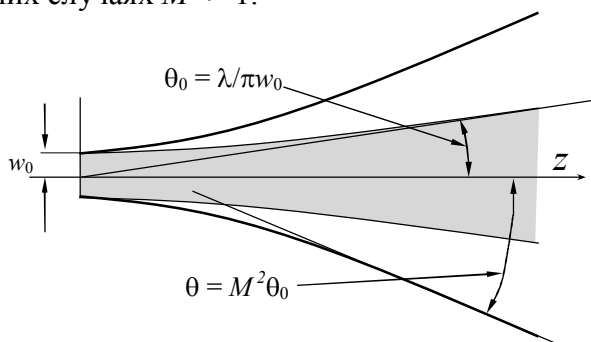


Рис. __. Контур реального лазерного пучка;
 θ_0 – угол теоретической дифракционной расходимости,
 θ – фактический угол расходимости

Отметим, что M^2 – не квадрат некоторой величины, а неразделимый символ. В интуитивном понимании M^2 по порядку величины представляет количество поперечных мод сравнимой интенсивности, входящих в разложение реального распределения интенсивности по сечению пучка, а $(M^2 - 1)$ – наивысший индекс моды в

таким разложением. Наиболее наглядно это проявляется в представлении поперечных мод функциями Гаусса–Лагерра.

Пучки без осевой симметрии более адекватно описывают два фактора M^2 , различающиеся для двух взаимно-ортогональных направлений. Пучок, соответствующий моде типа Гаусса–Эрмита TEM_{nmq} , описывает $M^2_x = (2n + 1)$ по направлению x и $M^2_y = (2m + 1)$ по направлению y .

В соответствии со стандартом *ISO 11146*, фактор M^2 рассчитывают по результатам измерений эволюции радиуса (каустики) пучка по направлению его распространения. Методика измерений довольно трудоемка и предусматривает ряд правил, регламентирующих процедуры однозначного определения радиуса пучка и подгонки данных к стандартным модельным объектам.

Современная альтернатива стандартизированной процедуре – датчики формы волнового фронта, например, типа Хартмана–Шака; в этом случае необходимо измерить характеристики волнового фронта только на одной плоскости.

Параметр M^2 – единственное число (низший момент функции распределения), и потому он не может в полной мере описывать качество пучка; более подробное отображение пучка требует учитывать высшие моменты распределений интенсивности по его сечениям.

12. Заметки инженера о точности расчетов открытых резонаторов

Определение конфигурации поля в открытом резонаторе при заданной его геометрии – постановка задачи, обычная для большинства учебников, но несколько *отвлеченная* от инженерной практики. В теории совсем нетрудно варьировать кривизну зеркала и строить соответствующие зависимости параметров распределения поля. Для инженера такой подход приемлем не всегда.

Применяемая в расчетах модель гауссовой волны как конфигурации поля в устойчивом резонаторе – приближение, точность которого тем лучше, чем менее реальные сферические поверхности зеркал отклоняются от теоретической параболической формы волновых фронтов гауссовой волны. Опыт показывает, что вдали от границ зоны устойчивости качество расчета вполне удовлетворительно, а расхождения фактических и расчетных параметров конфигурации поля не выходят за разумные пределы. Вблизи от

границ устойчивости качество расчета хуже, и причина этого – погрешности самой теоретической модели.

Выбор конфигурации резонатора всегда зависит от поставленной задачи. Для разработчика исходными данными для расчета резонатора обычно служат геометрические параметры пучка – размеры каустики, объем моды, расходимость в дальней зоне, степень заполнения излучением активного элемента, и т.п. При этом обычно выбор зеркал и размеров резонатора так или иначе ограничен. Кривизну зеркал в общем случае приходится выбирать не только по результатам расчета; приходится учитывать технологические ограничения, диктуемые производственными стандартами. Наименее ограничен выбор у разработчиков изделий для серийного производства или, наоборот, уникальных приборов для научных исследований, где достижение оптимальных характеристик важнее, чем стоимость. В лабораториях со скромным бюджетом выбор наиболее ограничен. В этом последнем случае зеркала приходится выбирать из ограниченной номенклатуры, а размеры резонатора (длину, диафрагмы для селекции поперечных мод и т.п.) назначают по результатам предварительных и проверочных расчетов.

Расстояние между зеркалами тоже ограничено и снизу, и сверху. Для достижения желательного результата могут оказаться необходимыми несколько итераций, когда чередуют обе схемы, и в постановку задачи на каждой стадии вносят поправки. Эта схема расчета близка к реальному проектированию.

Обычная для практики схема расчета резонатора выглядит примерно так. В первом приближении задают желательные характерные размеры гауссова пучка. Далее, определяют возможные варианты расположения зеркал, согласованные с желаемой конфигурацией волновых фронтов. Из доступных вариантов выбирают наиболее пригодный для условий применения; здесь придется учесть ограничения, наложенные размерами усилительного элемента, общими габаритами и т.п. После этого проводят расчет конфигурации поля уже для заданной геометрии резонатора, и при существенных отклонениях результата от желательного корректируют конструкцию. При всем этом важно оценивать влияние возможных и допустимых отклонений фактических параметров от расчетных. Для этого полезно понимать, при каких конфигурациях распределение поля в открытых оптических резонаторах наименее подвержено изменениям при малых вариациях геометрии резонатора.

Ответ на последний вопрос интуитивно понятен: чем дальше от границ устойчивости расположена точка g -диаграммы, отображающая устойчивую конфигурацию резонатора, тем меньше влияние малых вариаций. На это указывает математическое понятие устойчивости само по себе.

Вместе с тем, говоря об устойчивости резонатора, нужно различать два ее практически важных аспекта. Во-первых, устойчивость следует понимать в собственном ее смысле, то есть как толерантность к малым возмущениям. Во-вторых, волновое дифракционное описание трактует устойчивость как малость дифракционных потерь. Для практики, в зависимости от поставленных задач, наиболее важной может быть либо чувствительность резонатора к расстройкам, либо уровень дифракционных потерь, либо оба фактора вместе. В первую очередь это относится к лазерам без значительного запаса усиления и к пассивным резонаторам.

В лазерах с достаточным запасом усиления, которые разумнее оптимизировать по выходной мощности и качеству волнового фронта излучения, дифракционные потери часто играют второстепенную роль, так как велики потери на вывод излучения через зеркала. В таких системах первостепенное значение приобретает объем основной моды резонатора.

Существенная черта высокоустойчивых резонаторов – сосредоточение поля низших поперечных мод около оси; поэтому использовать большой объем активной среды можно только за счет высших поперечных мод, что ухудшает качество излучения. Объем основной моды растет по мере приближения к границе устойчивости; в зависимости от конфигурации резонатора это увеличение объема происходит по-разному.

Обзор особенностей частных конфигураций открытых резонаторов можно найти в книге Зигмана "Лазеры" (раздел 19.2). Достаточно подробный для первого знакомства, этот обзор охватил только конфигурации, типичные для раннего периода лазерной техники, когда среды с высоким усилением были редкостью, и активная область лазеров обычно была длиннее нескольких сантиметров. Разработка инжекционных лазеров повышенной мощности и их применение для высокоэффективной оптической накачки легированных кристаллов и стекол позволили расширить диапазон используемых конфигураций оптических резонаторов вплоть до границ устойчивости. По этой причине представления о типовых ре-

зонаторах приходится переосмысливать; конфигурации, которые ранее лишь изредка упоминали как экзотические, становятся все более привычными.

Формализованное описание поведения гауссова пучка в оптических системах

*«Добавление одной формулы сокращает вдвое
число читателей книги».
Стивен Хокинг*

При первом прочтении этот раздел можно пропустить.

Гауссов пучок иногда описывают *конфокальным параметром*, представляющим собой длину ЭКР и радиус кривизны его зеркал. Этот параметр, в сочетании с волновым числом (или длиной волны) описывает гауссов пучок в целом. Впрочем, введение наглядного конфокального параметра

$$b = \frac{2\pi w_0^2}{\lambda} = kw_0^2$$

не дает для практики почти ничего нового. В большинство полезных формул входит $b/2$, а не сам параметр b .

Большую пользу в расчетах приносит иной, *комплексный параметр* пучка q ;

$$1/q = 1/R - i2/kw^2 \quad ()$$

где q , R и w – функции координаты z . Параметр q называют также комплексным радиусом кривизны. Из (11) и (12) можно получить простое соотношение

$$q_2 = q_1 + z,$$

которое описывает эволюцию ширины и кривизны вдоль пучка. В наиболее явном и недвусмысленном выражении

$$q_2(z_2) = q_1(z_1) + (z_2 - z_1).$$

В сочетании с соотношением между начальной и конечной кривизной фронта волны проходящей через тонкий оптический элемент с оптической силой $1/f$,

$$1/R_2 = 1/R_1 - 1/f,$$

а также очевидным для тонкого оптического элемента равенством

$$w_2 = w_1,$$

соотношение () позволяет формализовать расчеты параметров гауссова пучка в сложных оптических системах, а также находить конфигурацию гауссова пучка, собственного для заданного многозеркального (составного однополостного) оптического резонатора. Такой формализм особенно выгоден при компьютерных расчетах.

Наиболее употребительна форма расчета по так называемому правилу $ABCD$ – соотношению

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D},$$

где A, B, C, D – элементы *лучевой матрицы*

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}.$$

Несложное обоснование правила $ABCD$ описано, например, в [].

С формальной точки зрения лучевая матрица $ABCD$ действует как несамосопряженный оператор на двухкомпонентную величину вида $[x \ \theta]$, где x – координата, а θ – угол падения параксиального луча на плоскость, ортогональную главной оси оптической системы:

$$[x_2 \ \theta_2] = \|ABCD\| [x_1 \ \theta_1].$$

В этой форме лучевые матрицы применяют в расчетах геометрической оптики. Заметим, что здесь матричное представление более чем формальное, так как $[x \ \theta]$ не вектор, и $\|ABCD\|$ – не тензор линейного преобразования. Величины x и θ даже различны по размерности.

Тем не менее, результат последовательности преобразований описывает произведение лучевых матриц, вычисляемое по общим правилам. Применительно к гауссовым пучкам $\|ABCD\|$ правильнее называть формой записи и запоминания, так как применение этой матрицы к комплексному параметру пучка не похоже на операцию алгебры тензоров.

Таблица 2

Лучевые матрицы $\|ABCD\|$ для важнейших участков
оптических трасс

Характеристика участка (элемента) трассы	Матрица
Однородная трасса	$\begin{bmatrix} 1 & d/n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
Тонкая линза	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}$
Граница с радиусом кривизны R	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2 - n_1}{n_2} \frac{1}{R} & \frac{n_1}{n_2} \end{bmatrix}$

Наглядная форма приближенных расчетов параметров гауссовых пучков и их преобразований – круговая диаграмма Коллинза.

О диаграммах Коллинза будет сказано в последующих версиях текста

ЛИТЕРАТУРА

Основная литература

1. Мэйтлэнд А., Данн М. Введение в физику лазеров. – М.: Наука, 1978
2. Качмарек Ф. Введение в физику лазеров. – М.: Мир, 1981
3. Зигман А. Лазеры
4. Ананьев Ю. А. Оптические резонаторы и лазерные пучки – М.: Наука, 1990.

Дополнительная литература

5. *A. E. Siegman, "New developments in laser resonators", Proc. SPIE 1224, 2 (1990)*
6. *A. E. Siegman, "Defining, measuring, and optimizing laser beam quality", Proc. SPIE 1868, 2 (1993)*
7. *ISO standard 11146*

Редактор Е.Н. Кочубей

Подписано в печать 10.11.2008.

Объем 7,75 п.л.

Уч. изд. л 7,75

Формат 60×84 1/16

Тираж 120 экз.

Изд. № 3/14

Заказ

Московский инженерно-физический институт
(государственный университет). 115409, Москва, Каширское шоссе, 31.

Типография издательства «Тривант», г. Троицк Московской обл.