Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Эффект Холла в германии, легированном золотом

Лабораторный практикум

Москва 2020

УДК 537.9
ББК В373.4
Э 94

Эффект Холла в германии, легированном золотом: Лабораторный практикум / А.Н. Егоров, А.В. Кузнецов, А.В. Литвинов, О.Б. Маврицкий, А.И. Подливаев. М.: НИЯУ МИФИ, 2020. 68 с.

Лабораторная работа посвящена изучению физических эффектов, возникающих в полупроводниках в приложенном электрическом и магнитном поле. Целью работы является экспериментальное исследование зарядового транспорта в легированном германии в магнитном поле и определение параметров полупроводника из полученных данных. Обсуждаются температурные зависимости электропроводности и магнетосопротивления, подвижностей и концентрации носителей, коэффициента Холла и термоэдс в собственном и легированном полупроводнике.

Издание предназначено для аспирантов, студентов магистратуры и старшего курса бакалавриата, обучающихся по направлению 01.04.07 Физика конденсированного состояния вещества специальности 03.06.01. Физика и астрономия.

Рецензент д-р физ.-мат. наук, профессор А.И. Лебедев.

ISBN 978-5-7262-2675-0

Оглавление

Список иллюстраций

Введение

Закон Ома связывает плотность электрического тока **j** с напряженностью электрического поля **E** посредством электропроводности σ, являющейся скалярной величиной для изотропного материала, или тензором в анизотропном случае. Если к проводнику приложено магнитное поле **B** или градиент температур ∇T, возникает большое число эффектов, усложняющих связь **j** и **E**.

В магнитном поле, приложенном под углом к направлению тока, у электрического поля появляется компонента, направленная перпендикулярно к направлениям **j** и **B**. Данное явление называется *эффектом Холла.* Вдобавок к этому наблюдается магниторезистивный эффект, заключающийся в изменении величины электропроводности под действием поля.

В присутствии градиента температур, вследствие эффекта Зеебека, у электрического поля возникает дополнительная компонента параллельная градиенту. Это явление описывает еще одна характеристика проводника, называемая коэффициентом дифференциальной термоэдс α.

Если проводник является металлом, величины напряжений, возникающих вследствие перечисленных эффектов, малы и, как правило, для их наблюдения нужны низкие температуры и сильные магнитные поля, создаваемые сверхпроводящими магнитами. Однако в полупроводниках эти эффекты намного усиливаются и проявляются даже при комнатной температуре в полях, генерируемых обычными электромагнитами.

В настоящей лабораторной работе изучаются эффект Холла и магнетосопротивление полупроводника германия, легированного золотом.

1 Теоретическая часть

1.1 Эффект Холла

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$\mathbf{F}_L = q[\mathbf{v} \times \mathbf{B}],$$

зависящая от заряда q, скорости движения **v** и индукции поля **B** (рис. 1.1). В металлах и полупроводниках ее влияние ведет к отклонению тока **j** от

направления электрического поля **E** и появлению компоненты **E**, поперечной относительно направления **j**,[1] т.е. к появлению эффекта Холла.

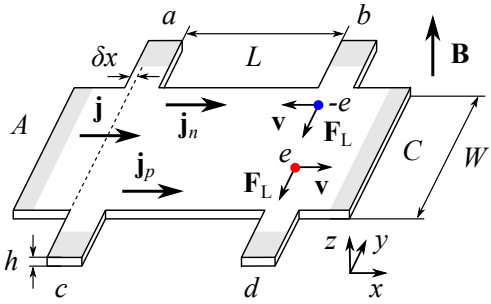

Рис. 1.1. Схема эксперимента по измерению эффекта Холла. Измерительный ток плотностью **j** прикладывается к токовым контактам *AC*. Падение напряжения, вызванное сопротивлением образца, измеряется на контактах *ab*. Разность потенциалов, связанная с эффектом Холла, измеряется на контактах *ac*. Магнитное поле **B** приложено вдоль оси *z* ортогонально плоскости образца *xy*. $\mathbf{j}_n$ и $\mathbf{j}_p$ — плотности электронного и дырочного токов. Справа от них показаны направления скоростей электронов и дырок и действующей на них силы Лоренца. Остальные обозначения описаны в тексте

Токоперенос в полупроводниках принято описывать с помощью отрицательно заряженных электронов и дырок, имеющих положительный заряд. В электрическом поле дырки движутся по полю, а электроны против него, в результате, для обоих типов частиц направление силы Лоренца, зависящей от знака заряда, оказывается одинаковым.

Связь полей и токов в проводнике дает кинетическое уравнение Больцмана, решение которого в стационарном режиме для электронов в магнитном поле, приложенном ортогонально электрическому полю и току, имеет вид [1–3]:

$$\mathbf{j}_n = \frac{e^2 n \tau_n}{m_n}\mathbf{E} - \frac{e^3 n \langle \tau_n^2 \rangle}{{m_n}^2}[\mathbf{E} \times \mathbf{B}].$$

Здесь $\mathbf{j}_n$ — плотность электронного тока; e, m_n и n — заряд, эффективная масса и концентрация электронов. Время релаксации импульса электронов

[1]Мы не будем рассматривать анизотропные среды, в которых направления **E** и **j** могут различаться и в отсутствие магнитного поля.

τ_n и его средний квадрат $\langle\tau_n^2\rangle$ характеризуют процессы рассеяния частиц, не связанные с внешними полями. Для описания электронного транспорта введем обобщенные величины электронной электропроводности σ_n и подвижности μ_n:

$$\sigma_n = en\mu_n, \qquad \mu_n = \frac{e\tau_n}{m_n}, \qquad r_n = \frac{\langle\tau_n^2\rangle}{\tau_n^2}, \tag{1}$$

используя которые, получим

$$\mathbf{j}_n = \sigma_n(\mathbf{E} - r_n\mu_n[\mathbf{E}\times\mathbf{B}]). \tag{2}$$

Уравнение, связывающее поля и дырочный ток $\mathbf{j}_p$, имеет аналогичную форму:

$$\mathbf{j}_p = \sigma_p(\mathbf{E} + r_p\mu_p[\mathbf{E}\times\mathbf{B}]). \tag{3}$$

Разница знаков в (2) и (3) обусловлена противоположными знаками заряда электронов и дырок. Концентрация дырок обозначается буквой p, которая служит также для индикации величин, характеризующих дырочный транспорт:

$$\sigma_p = ep\mu_p, \qquad \mu_p = \frac{e\tau_p}{m_p}, \qquad r_p = \frac{\langle\tau_p^2\rangle}{\tau_p^2}. \tag{4}$$

Рассмотрим проводник в форме тонкой пластины, помещенной в однородное магнитное поле, приложенное ортогонально ее плоскости. Пусть плоскость пластины совпадает с плоскостью xy, тогда поле $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ направлено[2] вдоль оси z, как показано на рис. 1.1. Пластина имеет толщину t и ширину W. Величина t достаточно мала, чтобы считать распределение тока по толщине однородным. Вдоль оси x приложено электрическое поле E_x и течет ток $\mathbf{j}_n + \mathbf{j}_p = \mathbf{j} = (j, 0, 0)$. Магнитное поле и ток обуславливают появление электрического поля E_y вдоль оси y, но ток в данном направлении отсутствует. Для такой конфигурации эксперимента из (2) и (3) следует система уравнений

[2]Легированный германий, исследуемый в лабораторной работе, является немагнитным материалом, поэтому индукция поля внутри образца равна приложенному полю.

$$\begin{cases} j_x = \sigma E_x + aE_y = j, \\ j_y = \sigma E_y - aE_x = 0, \end{cases}$$

$$\sigma = \sigma_n + \sigma_p, \qquad a = (r_p \sigma_p \mu_p - r_n \sigma_n \mu_n) B,$$

решением которой является

$$E_x = \frac{ja}{\sigma^2 + a^2}, \qquad E_y = \frac{jb}{\sigma^2 + a^2}.$$

Сумма электропроводности электронов и дырок образует полную электропроводность σ. Коэффициент a состоит из членов $r_n \mu_n B \sigma_n$ и $r_p \mu_p B \sigma_p$, в которых сомножитель $r\mu B = reB\tau/m^*$ зависит от температуры и магнитного поля.[3] Эффективные массы носителей m^* постоянны. В различных проводниках они варьируются от 0,01 до 10 масс электрона. Коэффициент r зависит от механизма рассеяния носителей. Его значение слабо меняется с температурой в пределах от единицы до двух. Время релаксации импульса τ сильно зависит от температуры. Оценки показывают, что в полях $B \gtrsim 1$ Тл при низких температурах величины $r\mu B$ больше или порядка единицы, поэтому $a \sim \sigma$, однако при высоких температурах они, как правило, малы, и $a^2 \ll \sigma^2$.

В выполняемой лабораторной работе исследуется образец германия, легированного золотом. Измерения проводятся выше комнатной температуры в поле $B \lesssim 0{,}2$ Тл. В этой области температур носители рассеиваются на фононах, коэффициенты $r_p = r_n = r = 3\pi/8$ постоянны и их можно считать одинаковыми [1–3]. При комнатной температуре подвижности носителей составляют $\mu_n^* = 0{,}38 - 0{,}39$ м^2/В$\cdot$с для электронов и $\mu_p^* = 0{,}18 - 0{,}19$ м^2/В$\cdot$с для дырок [3, 4]. Для указанных величин получим оценку $r_p \mu_p^* B \leq 0{,}045$ и $r_n \mu_n^* B \leq 0{,}092$. В дальнейших выкладках удобно вычислять величины относительно их значений при комнатной температуре $T = 300$ K, которые мы будем помечать звездочкой.

Как говорилось выше, основным механизмом рассеяния носителей при высоких температурах является рассеяние на фононах, эффективность которого растет с увеличением интенсивности колебаний решетки. Как показано

[3] Часто безразмерную величину $\mu B = \omega_c \tau$ представляют в виде произведения циклотронной частоты $\omega_c = eB/m^*$, зависящей только от магнитного поля, и времени релаксации импульса, зависящего только от температуры.

на рис. 1.2, выше комнатной температуры подвижности уменьшаются по степенному закону $\mu_n \propto T^{\beta}$. Показатель степени, в зависимости от совершенства кристалла, типа и концентрации носителей, а также типа легирования, может принимать значения в широком диапазоне $\beta = -1{,}6 - 3$ [1–3, 5, 6]. В температурном интервале измерений $T < 500$ K подвижность электронов выше чем у дырок $\mu_n/\mu_p > 1$.

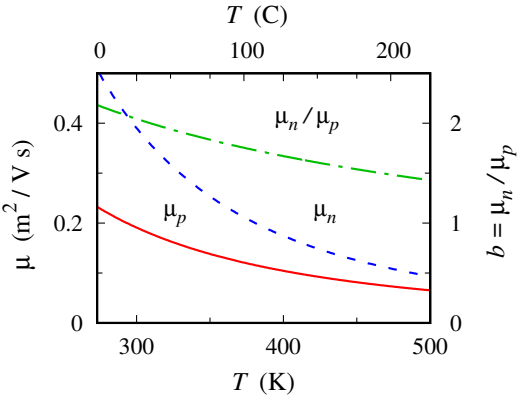

Рис. 1.2. Температурная зависимость подвижности носителей в германии. При температурах выше комнатной подвижности $\mu \propto T^{\beta}$ и их отношение μ_n/μ_p изменяются по степенному закону. Кривы построены для значений $\beta_n = -2{,}8$, $\beta_p = -2{,}1$, $\beta_b = -0{,}7$

Таким образом, величины $r\mu B$ уменьшаются с ростом температуры. Оценки показывают, что в условиях выполняемого эксперимента они малы, неравенство $\sigma^2 \gg a^2$ хорошо выполняется, и в нашем случае можно записать:

$$E_x = \rho j, \qquad \rho = 1/\sigma = (en\mu_n + ep\mu_p)^{-1}, \tag{5}$$

$$E_y = R_H j B, \qquad R_H = \frac{r(\sigma_p\mu_p - \sigma_n\mu_n)}{\sigma^2} = \frac{r}{e}\frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2}. \tag{6}$$

Концентрации носителей n и p имеют собственное температурное поведение, определяемое степенью и типом легирования полупроводника. Рис. 1.3 иллюстрирует основные процессы, формирующие величины n и p в невырожденном полупроводнике p-типа, и их температурные зависимости.

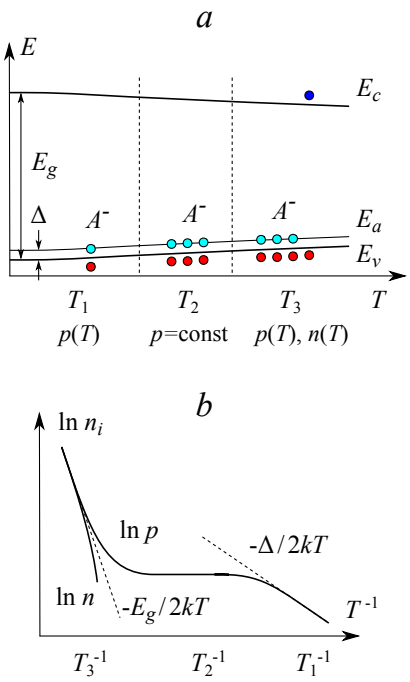

Рис. 1.3. Электронная структура (*a*) и температурные зависимости концентраций носителей заряда (*b*) в невырожденном полупроводнике *p*-типа. В области низких температур T_1 заселение акцепторных уровней, отстоящих от потолка валентной зоны на энергию Δ, формирует дырки в валентной зоне. Часть примеси нейтральна, а другая часть, обозначенная A^- и голубым кружком, заряжена электронами, поступившими из валентной зоны посредством термоактивации. В результате, в валентной зоне образуются вакансии, ведущие себя как положительные заряды — дырки, обозначенные красным кружком, концентрация которых $p(T)$ меняется с температурой. Область промежуточных температур T_2 соответствует постоянной концентрации дырок, равной концентрации акцепторной примеси, которая становится полностью заряженной. При высоких температурах T_3 активация через запрещенную зону ведет к появлению электронов в зоне проводимости, обозначенных синим кружком, концентрация которых $n(T)$ меняется с температурой, и росту концентрации дырок, вновь начинающей зависеть от температуры

С легирующей акцепторной примесью связан энергетический уровень, содержащий свободные электронные состояния. Он находится в запрещенной зоне полупроводника E_g и отстоит на величину Δ от потолка валентной зоны E_v. При низких температурах электроны заселяют состояния примесных уровней, что приводит к появлению дырок в валентной зоне. Электронов в зоне проводимости нет, поэтому концентрация положительно заряженных дырок равна концентрации отрицательно заряженной примеси N_a^-, и уравнение электронейтральности имеет простой вид

$$p = N_a^-.$$

Термодинамический анализ вероятности нахождения электрона на акцепторном уровне [1,2] дает следующую температурную зависимость:

$$N_a^- = p = \frac{g_c N_a}{1 + (g_s p/N_v)\mathrm{e}^{\frac{\Delta}{kT}}}.$$

Здесь N_a и g_c — концентрация и заряд примеси, g_s — число электронных состояний на примесном уровне, а $N_v = N_v^*(T/300)^{3/2}$ — зависящая от температуры плотность состояний валентной зоны.

Решение уравнения

$$N_a^- = p = \frac{2g_c N_a}{1 + \sqrt{1 + \dfrac{4g_c g_s N_a}{N_v^*}\left(\dfrac{300}{T}\right)^{3/2}\mathrm{e}^{\frac{\Delta}{kT}}}} \tag{7}$$

определяет температурную зависимость концентрации дырок. Если температура велика по сравнению с Δ, но мала по сравнению с шириной запрещенной зоны, состояния акцепторных уровней полностью заполняются, концентрация дырок практически не меняется с температурой, и на зависимости $\ln p(T)$ наблюдается полочка, показанная на рис. 1.3,*b*.

При высокой температуре становится существенной генерация собственных носителей. Посредством термоактивации часть электронов занимает свободные состояния зоны проводимости, появляются электронные носители заряда, а концентрация дырок при этом вновь начинает расти. С ростом температуры концентрации электронов и дырок сравниваются:

$$n = p = n_i = \mathrm{const} \cdot T^{3/2}\mathrm{e}^{-E_g/2kT}, \tag{8}$$

Значение const определяется плотностью состояний зоны проводимости и валентной зоны.

Ширина запрещенной зоны полупроводника уменьшается с температурой. В германии при $T = 0$ K она составляет 0,74 эВ, а при комнатной температуре $E_g^* = 0{,}665$ эВ [1–3]. При $T > 200$ K ее величина меняется линейно:

$$\begin{gathered} E_g = E_g^* + (dE_g/dT)(T - 300), \\ dE_g/dT = -3{,}9 \cdot 10^{-4} \text{ эВ/K для Ge.} \end{gathered} \tag{9}$$

Из (8) и (9) нетрудно получить удобную форму записи температурной зависимости концентрации собственных носителей в германии

$$\begin{gathered} n_i = n_i^* f_i(T), \qquad n_i^* \simeq 1{,}75 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}, \\ f_i(T) = 712 \cdot T^{3/2} \mathrm{e}^{-\frac{4537}{T}}. \end{gathered} \tag{10}$$

Здесь n_i^* — концентрация собственных носителей при $T = 300$ K, для которой функция f_i равна единице.

Образец, исследуемый в лабораторной работе, является невырожденным полупроводником p-типа. Концентрация легирующей примеси в нем мала, поэтому появление собственных носителей при нагреве приводит к сильной температурной зависимости концентрации электронов и дырок, которая определяется двумя факторами.

Во-первых, из условия электронейтральности концентрация дырок должна равняться сумме концентраций электронов и отрицательно заряженной примеси:

$$p = N_a^- + n = \frac{g_c N_a}{1 + (g_s p/N_v)\mathrm{e}^{\frac{\Delta}{kT}}} + n.$$

Во-вторых, при всех температурах в невырожденном полупроводнике концентрации электронов и дырок связаны между собой соотношением [1–3]

$$np = n_i^2. \tag{11}$$

Таким образом, уравнение для вычисления концентрации дырок имеет вид:

$$p = \frac{g_c N_a}{1 + (g_s p/N_v)\mathrm{e}^{\frac{\Delta}{kT}}} + \frac{n_i^2}{p}. \tag{12}$$

Его приближенное решение можно найти, пренебрегая малым изменением концентрации заряженной примеси при появлении собственных электронов, т. е. заменив первую дробь в правой части уравнения выражением (7). В этом случае из (7), (10) и (12) получим следующие нормированные зависимости:

$$\frac{p}{n_i^*} = f_a + \sqrt{f_a^2 + f_i^2}, \tag{13}$$

$$\frac{n}{n_i^*} = \frac{f_i^2}{f_a + \sqrt{f_a^2 + f_i^2}}, \tag{14}$$

$$f_a = \frac{N_a^-}{2n_i^*} = \frac{g_c c}{1 + \sqrt{1 + \dfrac{4g_c g_s n_i^* c}{N_v^*}\left(\dfrac{300}{T}\right)^{3/2} \mathrm{e}^{\frac{\Delta}{kT}}}}, \qquad c = \frac{N_a}{n_i^*}.$$

В германии $N_v^* = 4{,}33 \cdot 10^{24}$ м$^{-3}$. При температурах выше комнатной двукратно заряженная примесь золота образует уровень с $\Delta \simeq 0{,}15$ эВ, $g_c = 2$ и $g_s = 2$ [1, 2, 7]. В этом случае, подставив все известные величины, после несложных преобразований получим

$$f_a = \frac{2c}{1 + \sqrt{1 + 0{,}338c \cdot T^{-3/2} \exp \frac{1741}{T}}}. \tag{15}$$

Используя (13) и (14) для известных подвижностей, можно рассчитать удельное сопротивление (5) и коэффициент Холла (6). Для образца, исследуемого в лабораторной работе, их температурное изменение показано на рис. 1.4.

При нагреве ρ сначала растет вследствие уменьшения подвижности дырок, а затем, при появлении собственных носителей, начинает уменьшаться, так как их концентрация увеличивается значительно быстрее уменьшения подвижностей. С ростом температуры концентрация носителей растет, поэтому коэффициент Холла уменьшается. Сначала при $p \gg n$ величина R_H положительна, однако появление электронов при высоких температурах ведет к смене ее знака, вследствие того, что $\sigma_n \mu_n$ становится больше, чем $\sigma_p \mu_p$ [см. (6)].

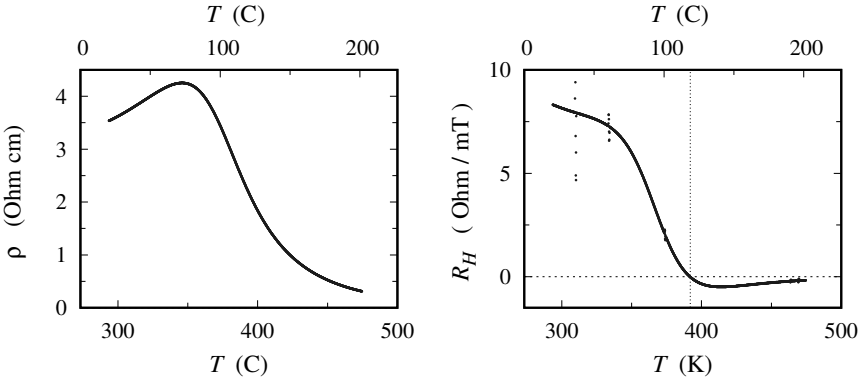

Рис. 1.4. Температурные зависимости удельного сопротивления (слева) и коэффициента Холла (справа) образца германия, легированного золотом

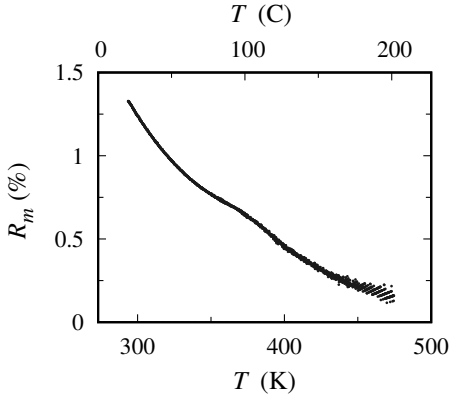

Рис. 1.5. Температурная зависимость магнетосопротивления образца германия, легированного золотом

1.2 Магнетосопротивление

Магнитное поле изменяет сопротивление полупроводника. Данный эффект принято описывать величиной безразмерного магнетосопротивления

$$R_m = \frac{\rho(B) - \rho(0)}{\rho(B)} = 1 - \frac{\rho(0)}{\rho(B)}, \tag{16}$$

равного отношению разности сопротивлений, измеренных в поле $\boldsymbol{B}$ и без поля, к сопротивлению в поле. В полях до 1 Тл его величина мала и составляет лишь несколько процентов. Температурная зависимость магнетосопротивления образца, исследуемого в лабораторной работе, показана на рис. 1.5.

Магнетосопротивление следующим образом зависит от параметров полупроводника [1, 3]:

$$R_m = \frac{3rB^2}{2}\frac{p\mu_p^3 + n\mu_n^3}{p\mu_p + n\mu_n} - \frac{3\pi}{8r}\left(\frac{R_H B}{\rho(B)}\right)^2.$$

Данное выражение содержит совокупность измеряемых величин и дробь с величинами подвижностей и концентраций, которую мы выразим через измеряемые величины. В нашем случае $r = 3\pi/8$, поэтому после несложных преобразований для этого значения получим

$$\sqrt{\frac{p\mu_p^3 + n\mu_n^3}{p\mu_p + n\mu_n}} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}B}\sqrt{1 - \frac{\rho(0)}{\rho(B)} + \left(\frac{R_H B}{\rho(B)}\right)^2} = F_\mu. \qquad (17)$$

Мы обозначили полученную комбинацию измеряемых величин функцией $F_\mu(T, B)$. В постоянном поле ее значение изменяется только с температурой:

$$F_\mu(T) = \sqrt{\frac{p\mu_p^3 + n\mu_n^3}{p\mu_p + n\mu_n}} = \begin{cases} \mu_p, & p \gg n, \\ \mu_n\sqrt{\dfrac{1 + (\mu_n/\mu_p)^3}{(\mu_n/\mu_p)^3 + (\mu_n/\mu_p)^2}}, & p \simeq n. \end{cases} \qquad (18)$$

В области примесной проводимости, когда $p \gg n$, данная функция равна подвижности дырок, а при высоких температурах в области собственной проводимости, когда $p \simeq n$, она пропорциональна подвижности электронов. Коэффициент пропорциональности слабо зависит от температуры, поэтому совместное исследование температурных зависимостей магнетосопротивления и коэффициента Холла позволяет оценить температурную зависимость μ_n.

В области температур примесной проводимости правая часть (18) равна подвижности дырок. В этой области μ_p можно также определить из измерений эффекта Холла и удельного сопротивления. При $p \gg n$ из (6) получим

$$R_H = r\sigma_p\mu_p/\sigma_p^2 = r\mu_p\rho(B) \quad \Longrightarrow \quad \mu_p = R_H/r\rho(B). \qquad (19)$$

Эксперименты показывают, что в германии подвижности дырок, определенные из измерений магнетосопротивления и холловских измерений, различаются. Причиной этого является сложное устройство валентной зоны германия, состоящей из двух зон, в которых эффективные массы дырок m_p^* различаются в восемь раз [1–3, 5]. Обычная проводимость и коэффициент Холла хорошо описываются значениями эффективных масс и подвижностей, усредненными по обеим зонам, тогда как в магнетосопротивление основной вклад дают легкие дырки, количество которых составляет лишь 4 % от общего их числа [1].

2 Гальваномагнитные измерения полупроводников

Удельное сопротивление и коэффициент Холла связаны с измеряемыми величинами и размерами образца (см. рис. 1.1) следующими соотношениями:

$$\rho = (V_x/I)(W h/L), \tag{20}$$

$$V_H = W E_y = R_H W j B = R_H I B/h. \tag{21}$$

В гальваномагнитных измерениях полупроводников важную роль играет корректность процедуры выделения напряжений V_x и V_H из измеряемых сигналов.

При нестационарном нагреве образца, используемом процедурой измерений данной лабораторной работы, трудно полностью избавиться от возникающих градиентов температуры, в присутствии которых выражение для напряженности электрического поля сильно усложняется

$$\mathbf{E} = \rho\mathbf{j} + R_H[\mathbf{B}\times\mathbf{j}] + \alpha\nabla T + N[\mathbf{B}\times\nabla T] = \mathbf{E}_\mathbf{j} + \mathbf{E}_{\nabla T}. \tag{22}$$

Вследствие эффекта Зеебека [1–3,5,8] оно содержит член, пропорциональный градиенту температуры. Коэффициент пропорциональности α называется коэффициентом дифференциальной термоэдс. В полупроводниках p-типа он равен [1–3, 5]

$$\alpha_p = \frac{k}{e}\left(2 + \ln\frac{N_v}{p}\right), \tag{23}$$

а в собственном полупроводнике

$$\alpha \simeq -\frac{k}{e}\frac{\mu_n/\mu_p - 1}{\mu_n/\mu_p + 1}\left(2 + \ln\frac{E_g}{2kT}\right). \tag{24}$$

Его характерная величина $k/e = 86{,}18$ мкВ/К велика, поэтому даже при слабом градиенте $\nabla T \sim 0{,}1$ К/см сигнал термоэдс может составить несколько десятков мкВ/см и оказаться порядка или даже больше сигнала, связанного с током $\mathbf{j}$. В присутствии магнитного поля за счет эффекта Нернста-Эттингсгаузена [1, 5, 8] появляется добавка и к поперечному напряжению. Влияние этих термоэлектрических эффектов приводит к необходимости выделения полезного сигнала на фоне паразитного.

Проблема решается проведением измерений на переменном токе или при двух направлениях постоянного тока. Так как напряженность $\mathbf{E_j}$, пропорциональная сопротивлению образца или его холловскому сопротивлению, изменяет знак при смене направления тока, а направление вектора напряженности $\mathbf{E}_{\nabla T}$, связанной с градиентом температуры, сохраняется, они легко разделяются:

$$\mathbf{E_j} = \frac{\mathbf{E(j)} - \mathbf{E(-j)}}{2}, \qquad \mathbf{E}_{\nabla T} = \frac{\mathbf{E(j)} + \mathbf{E(-j)}}{2}. \tag{25}$$

Температурная зависимость разности потенциалов, возникающей на холловских контактах образца, исследуемого в лабораторной работе, вследствие термоэлектрических эффектов, показана на рис. 2.1.

Специфической проблемой измерений холловского напряжения является несимметричность контактов, расположенных на противоположных сторонах образца. Если один из них сдвинут относительно другого на длину δx, как показано на рис. 1.1, измеряемое напряжение будет складываться из холловского напряжения $W E_y$ и напряжения $\delta x E_x$, вызванного обычным (продольным) сопротивлением. Знак первой компоненты зависит от направления поля, а второй — нет, поэтому проблема их разделения решается проведением измерений при двух противоположных направлениях магнитного поля:

$$\mathbf{E}_H = \frac{\mathbf{E_j(B)} - \mathbf{E_j(-B)}}{2}. \tag{26}$$

Таким образом, для каждой температуры процедура гальваномагнитных измерений должна содержать регистрацию сигналов при двух направлениях

тока в образце для каждого из двух направлений магнитного поля. В методике измерений лабораторной работы это реализовано с помощью медленной непрерывной развертки температуры и автоматической коммутации направлений поля и тока, величина которых фиксирована. Рассмотрим процесс измерений в деталях.

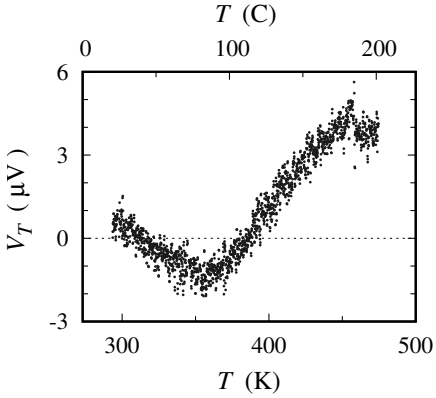

Рис. 2.1. Температурная зависимость напряжения термоэдс

3 Измерительная установка

Установка для изучения температурной зависимости эффекта Холла включает в себя несколько основных частей, отличающихся своим функциональным назначением и предъявляемыми к ним требованиями:

- *во-первых*, необходимо обеспечить достаточно однородное магнитное поле, а также возможность задания его величины и направления. Для этого предназначены электромагнит, питающий его стабилизированный источник тока и коммутатор направления тока;

- *во-вторых*, требуется система плавного регулирования температуры образца и его однородный нагрев. Это обеспечивают малогабаритная печь, терморегулятор и источник питания нагревателя печи;

- *в-третьих,* необходим держатель, который должен обеспечивать возможность ориентирования плоскости образца перпендикулярно направлению магнитного поля. Он также должен иметь высокую теплоемкость и теплопроводность, чтобы «сглаживать» флуктуации температуры окружающей среды, а также обеспечивать хороший тепловой контакт с образцом;

- *в-четвертых,* необходим набор измерительных приборов для прецизионной регистрации температуры и электрофизических параметров образца.

Отдельно следует отметить, что измерения различных параметров следует проводить параллельно, т. е. одновременно или почти одновременно за минимально возможное время. Это необходимо для того, чтобы все изучаемые параметры измерялись при одинаковой температуре в пределах цикла опроса показаний приборов. Выполнение этого условия неразрывно связано с автоматизацией процессов регулирования внешних параметров и проводимых измерений.

3.1 Управление магнитным полем

Для наглядного объяснения работы электромагнита (ЭМ), служащего источником однородного магнитного поля, на рис. 3.2 приведена его модель с вырезанной четвертью. В центре виден исследуемый образец, размещенный на держателе в середине зазора между двумя цилиндрическими сердечниками в области максимальной однородности поля.

На рис. 3.1 представлена схема подключения электромагнита к стабилизированному по току источнику питания (СИП1) и измерителю тока (ЦМ1) через электронный коммутатор (ЭК1), изменяющий полярность подключения по управляющему сигналу микроконтроллера.

Величину и направление тока в обмотках магнита регистрирует цифровой мультиметр (ЦМ1), показания которого преобразуются в величину и направление вектора индукции магнитного поля **B**, направленного вдоль оси сердечников магнита. Калибровочные измерения показали, что току $I = 3$ А соответствует поле $B = 0{,}196$ Тл в центре зазора магнита.

Местный разрез корпуса камеры на рис. 3.2 демонстрирует правильную ориентацию образца, плоскость которого для наблюдения максимального эффекта должна быть перпендикулярна вектору **B**.

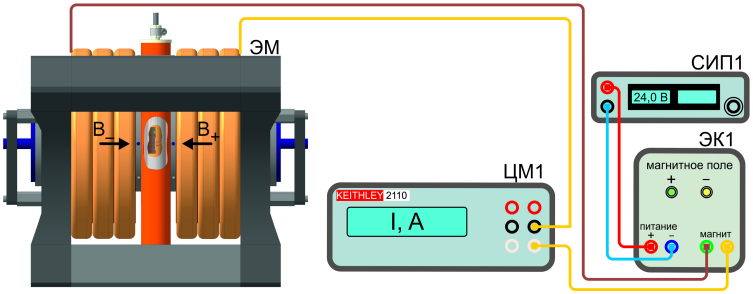

Рис. 3.1. Схема подключения питания магнита

Внимание **!**	Строго соблюдайте полярность подключения источника питания к электронному коммутатору! ***Красные клеммы*** должны соединяться ***одним проводом*** (см. рис. 3.1), а ***черные — другим***. **Нарушение полярности может вывести коммутатор из строя**.

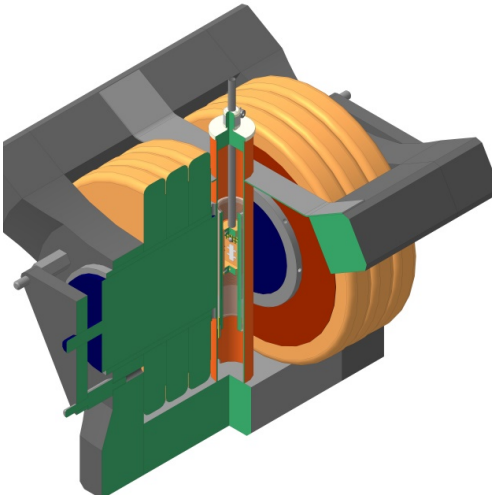

Рис. 3.2. Компоновка элементов установки

3.2 Регулировка температуры

Схема системы регулирования температуры показана на рис. 3.3.

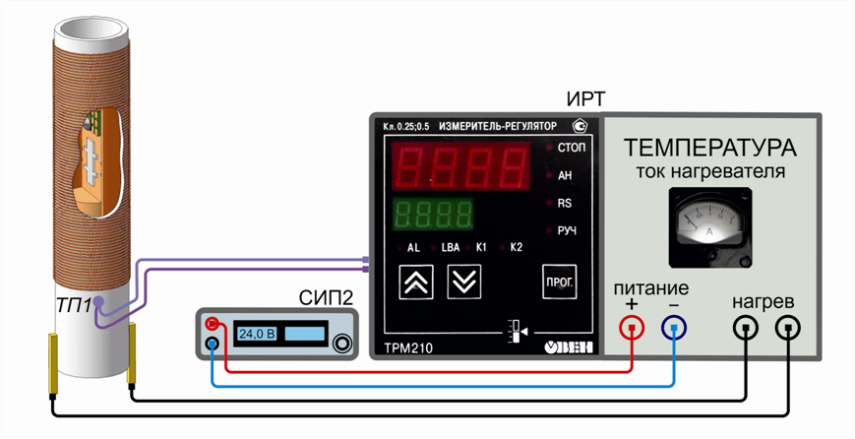

Рис. 3.3. Схема системы регулирования температуры

Внимание **!**	Строго соблюдайте полярность подключения источника питания к терморегулятору! ***Красные клеммы*** должны соединяться ***одним проводом*** (см. рис. 3.3), а ***синие — другим***. **Нарушение полярности может вывести терморегулятор из строя**.

Электронагреватель и регулирующая термопара (ТП1), служащая датчиком температуры в зоне нагрева, подключаются к измерителю-регулятору температуры (ИРТ), который позволяет контролировать и изменять по определенному закону температуру печи. Для питания нагревателя используется источник питания СИП2, работающий в режиме стабилизации напряжения.

Терморегулятор формирует импульсы тока нагревателя с длительностью и скважностью, обеспечивающей мощность, требуемую для изменения температуры по заданному закону. Для визуального контроля тока предусмотрен стрелочный амперметр, позволяющий отслеживать включение и выключе-

ние тока нагревателя. Включение тока также индицирует красный светодиод «АН» на панели терморегулятора.

Терморегулятор обеспечивает линейную развертку температуры при нагреве образца. Красные цифры его панели отображают текущее значение температуры в градусах Цельсия, а зеленые — выставленную конечную температуру, достигаемую в конце нагрева. Для обеспечения оптимальных параметров регулировки температуры термопара ТП1 вынесена из зоны нагрева печи, поэтому температура, отображаемая на табло терморегулятора, оказывается ниже температуры держателя с образцом, находящегося внутри печи. Например, конечной температуре развертки 170 °C соответствует нагрев образца до 200 °C. Температуру образца измеряет еще одна термопара, смонтированная на держателе. Тепловая схема установки позволяет плавно регулировать температуру образца в диапазоне от комнатной до 200 °C.

Запуск нагрева осуществляется с помощью специальной программы с компьютера. В программе заданы следующие фиксированные параметры нагрева:

- *скорость развертки* 1 °C/мин обеспечивает однородность нагрева и пренебрежимо малое изменение температуры во время цикла опроса приборов (см. ниже). При данной скорости длительность нагрева до конечной температуры составляет примерно 3 ч;

- *диапазон развертки* ограничен сверху температурой 200 °C, чтобы не допустить плавления контактов, соединяющих образец с подводящими проводами.

Программа обеспечивает возможность включения и выключения температурной развертки. Важно отметить, что при ее выключении питание нагревателя отключается, что ведет к охлаждению образца, тогда как при достижении максимальной температуры развертки терморегулятор поддерживает ее.

3.3 Держатель образца. Измерительные приборы

Держатель образца представляет собой медный цилиндр диаметром 12 мм, срезанный в центральной части на половину диаметра для размещения образца и платы распайки контактных проводников. Маркировка потенциальных и токовых контактов на рис. 3.4 соответствует их маркировке на рис. 1.1.

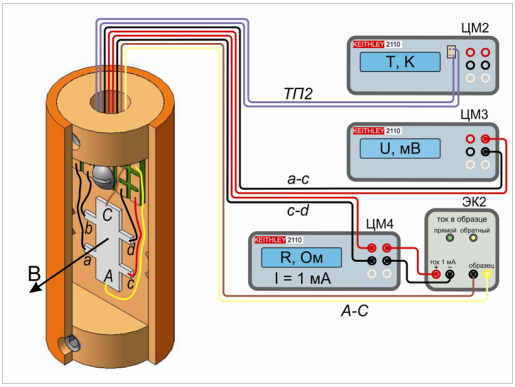

Рис. 3.4. Схема питания и распайки контактов образца

Образец приклеен к массивному медному держателю теплопроводящим клеем через теплопроводящую электроизолирующую прокладку, обеспечивающую хороший тепловой контакт между ними. Более темным цветом на рис.выделен внешний кожух, представляющий собой медную трубку, плотно охватывающую держатель и имеющую хороший однородный тепловой контакт с печью. Кожух способствует однородному прогреву образца и предотвращает конвекционные потоки. Держатель образца фиксируется на штоке, внутри которого проходят провода, соединяющие образец с измерительной аппаратурой, а также измерительная термопара ТП2, регистрирующая температуру держателя в непосредственной близости к образцу. Показания термопары регистрирует цифровой мультиметр ЦМ2, автоматически переводящий электрический сигнал в значения температуры образца.

Цифровой мультиметр ЦМ3 обеспечивает прецизионное измерение разности потенциалов на холловских контактах *a-c*. Еще один мультиметр ЦМ4 измеряет сопротивление образца между контактами *c-d* по так называемой четырехпроводной (или «4Ω») схеме. Как видно на рис. 3.4, при таком подключении стабилизированный ток величиной 1 мА, прикладываемый между контактами *A-C*, обеспечивается самим измерительным прибором (ЦМ4). Для изменения направления тока через образец служит электронный коммутатор ЭК2.

4 Процедура измерений

Описанные выше базовые части установки интегрированы в единый программно-управляемый измерительный комплекс. Для удобства управления и синхронизации работы система регулирования температуры, коммутаторы ЭК1 и ЭК2, а также микропроцессорный блок управления объединены в одном блоке.

Фотография автоматизированной установки представлена на рис. 4.1.

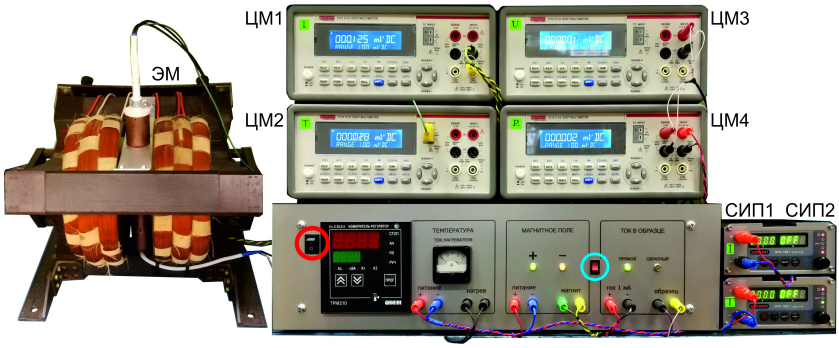

Рис. 4.1. Установка для гальваномагнитных измерений

Наложение внешнего магнитного поля на образец с током приводит к серии гальваномагнитных и термогальваномагнитных эффектов, главным из которых обычно оказывается эффект Холла. Однако иногда приходится учитывать и другие, общее число которых значительно[4]. Как было показано в разделе 2, от влияния некоторых из них можно практически избавиться, если для каждой температуры регистрировать сигналы при двух направлениях тока в образце для каждого из двух направлений магнитного поля.

В измерениях, выполняемых в данной лабораторной работе, это реализовано с помощью медленной непрерывной развертки температуры и автоматической коммутации направлений поля и тока, величины которых фиксирова-

[4]Ограничимся только перечислением наиболее существенных эффектов, сопутствующих измерению эффекта Холла [8]: неэквипотенциальность, магниторезистивный эффект неэквипотенциальности, термоэдс, эффекты Эттингсгаузена, Нернста-Эттингсгаузена, Пельтье-Нернста-Эттингсгаузена, Риги-Ледюка, Пельтье-Риги-Ледюка.

ны. Для изучения магнетосопротивления необходимо также регистрировать сигналы и при отсутствии магнитного поля.

Измерения проводятся в автоматическом режиме под управлением микроконтроллера ARDUINO, оснащенного электронными ключами для осуществления следующих функций:

- подключение обмотки электромагнита с помощью коммутатора ЭК1 к источнику стабилизированного тока СИП1, изменение направления тока в обмотке, а также закорачивание обмотки для обнуления протекающего через нее тока;
- подключение образца с помощью коммутатора ЭК2 к встроенному в ЦМ4 источнику стабилизированного тока, изменение направления тока в образце, а также закорачивание образца для устранения наводок, возникающих при коммутации тока магнита;
- формирование циклов измерений.

Измерение величин проводится циклически, при этом нужно выделить два цикла. Цикл регистрации показаний цифровых мультиметров, который совершается за время порядка 0,3 с, мы назовем ***циклом опроса***. Формируемый микроконтроллером цикл коммутации токов образца и магнита длительностью порядка 20 с, будет именоваться ***циклом измерений***.

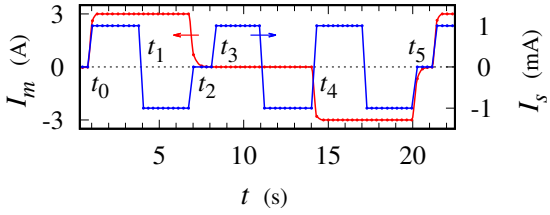

Рис. 4.2. Диаграмма переключения питающих токов во время цикла измерений

За цикл измерений в магнит вводится ток положительной полярности и проводятся измерения при двух направлениях тока в образце. После этого ток магнита выводится до нуля и регистрируются сигналы в нулевом поле. Затем в магнит вводится ток обратного направления и проводятся измерения в отрицательном поле.

Рассмотрим цикл измерений, показанный на рис. 4.2, более подробно. Его начало в момент времени t_0 соответствует началу ввода тока положительной полярности в электромагнит (красная кривая) и положительного тока в образец (синяя кривая). Обмотка магнита имеет существенную индуктивность, поэтому процесс ввода и вывода тока длится 2-3 цикла опроса, что хорошо видно на красной кривой, имеющей экспоненциальные передние и задние фронты. При положительном токе образца проводится десять циклов опроса, необходимых для надежного измерения сигналов, затем в момент времени t_1 направление тока образца меняется, и снова проводится десять циклов опроса.

В момент времени t_2 электромагнит отключается от источника питания и закорачивается. При этом резкое изменение тока в обмотке магнита ведет к сильным наводкам, поэтому образец также закорачивается на четыре цикла опроса (смотри синюю кривую). В период времени от t_3 до t_4 проводится по десять циклов опроса при двух направлениях тока в образце в нулевом магнитном поле.

В момент времени t_4 магнит запитывается током отрицательной полярности и проводятся измерения при двух направлениях тока образца. В конце цикла в момент времени t_5 питание магнита отключается, его обмотка и образец вновь закорачиваются на время вывода тока из магнита, после чего начинается новый цикл измерений.

Так как за время цикла измерений температура изменяется примерно на 0,3 градуса, после измерений с помощью специальной программы проводится цифровая обработка сигналов, включающая их разделение, фильтрацию и последующую интерполяцию, позволяющую получить непрерывные температурные зависимости величин.

На рис. 4.3 – 4.5 показаны временные диаграммы двух периодов измерения сигналов мультиметров, регистрирующих соответственно температуру, сопротивление образца и холловское напряжение, а также мультиметра, измеряющего ток магнита. Хорошо видна наводка на сигнал термопары, возникающая во время ввода и вывода тока из магнита, которая убирается последующей цифровой обработкой сигналов. Видно также, что холловское напряжение имеет ненулевую величину в нулевом поле, т. е. при отсутствии тока в магните.

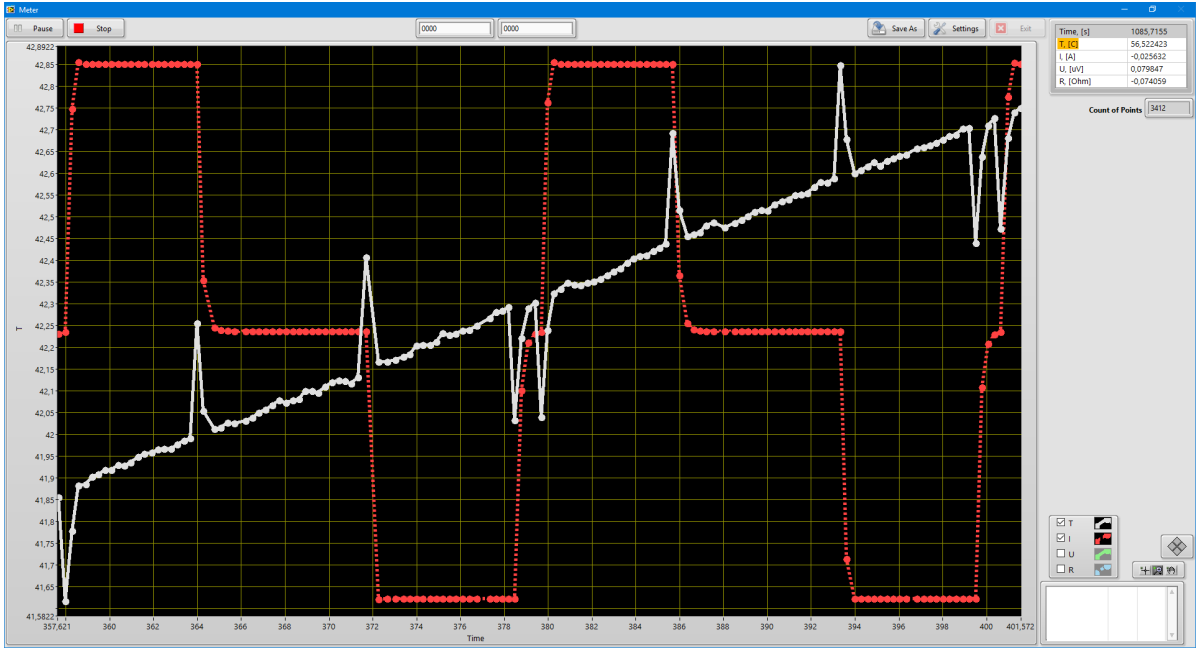

Рис. 4.3. Временная диаграмма сигнала термопары (белая кривая) и тока питания магнита (красная кривая). «Скачки температуры» — наводка, вызванная резким изменением магнитного поля при изменении тока

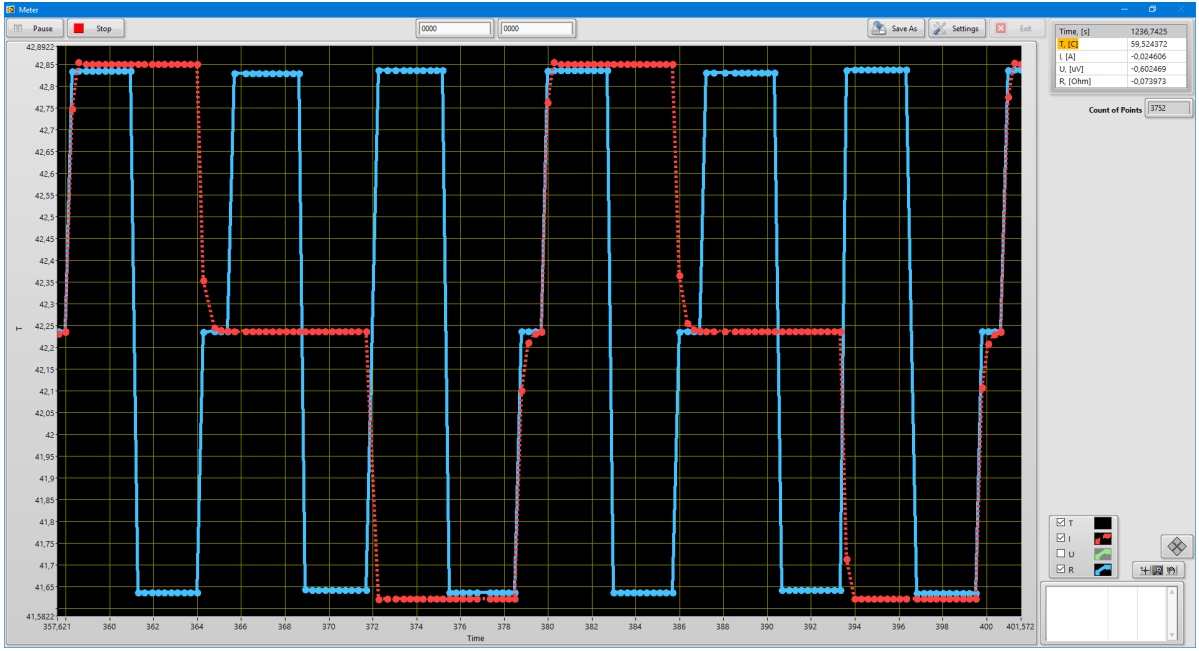

Рис. 4.4. Временная диаграмма изменения напряжения на потенциальных контактах образца (синяя кривая) и тока питания магнита (красная кривая). Полярность напряжения изменяется с изменением направления тока в образце

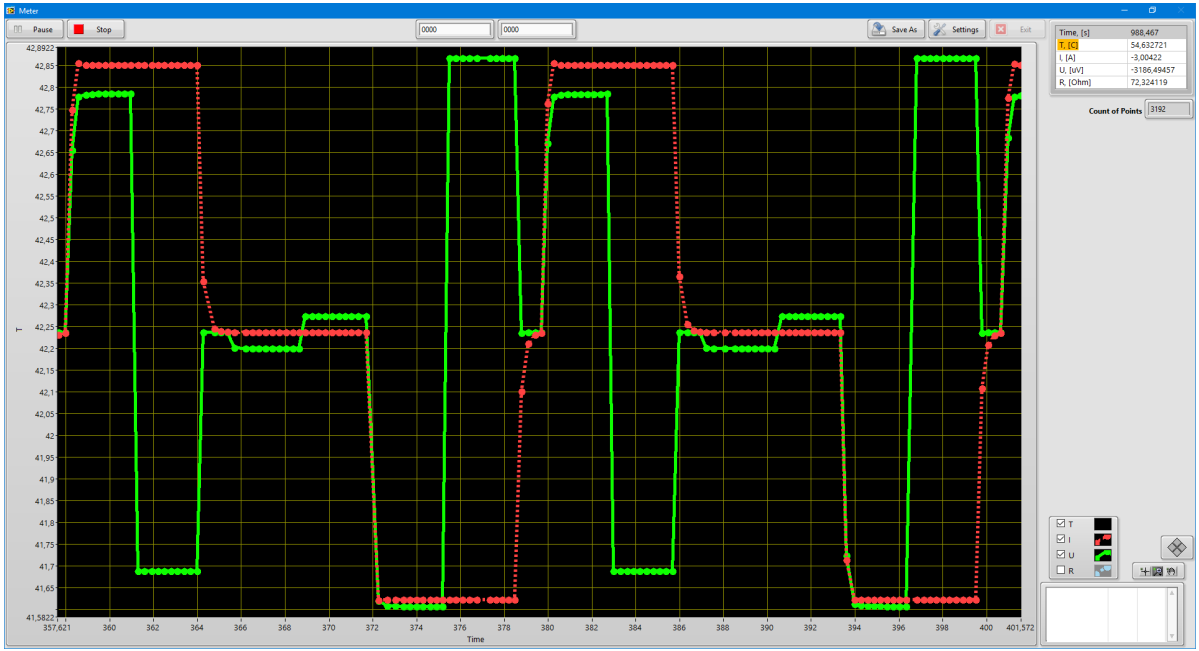

Рис. 4.5. Временная диаграмма изменения напряжения на холловских контактах образца (зеленая кривая) и тока питания магнита (красная кривая). Полярность напряжения изменяется с изменением направления как тока магнита, так и тока в образце. Отчетливо виден ненулевой сигнал в нулевом поле

5 Порядок выполнения работы

5.1 Подготовка к измерениям

Подготовка к измерениям заключается в запуске управляющих программ и подключении аппаратуры, которые должны выполняться в определенном порядке.

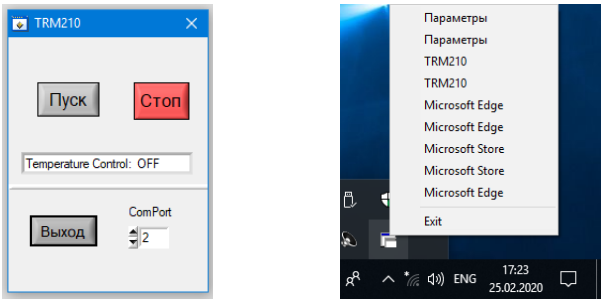

Рис. 5.1. Окно программы управления терморегулятором (слева) и меню ее закрепления на рабочем столе (справа). При нажатии кнопка Пуск подсвечивается зеленым цветом, а в строке состояния, находящейся в центре окна, появляется сообщение, что температурная развертка запущена. Внизу справа находится индикатор-меню установки COM-порта связи с терморегулятором. Программа Turbotop, запускаемая с панели задач рабочего стола, закрепляет программу управления поверх окон всех остальных приложений

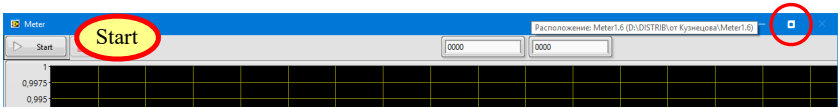

Рис. 5.2. Вид верхней части окна измерительной программы. Чтобы полностью развернуть рабочее окно, нажмите на белую прямоугольную иконку

- Включите компьютер и измерительные приборы Keithley 2110.
- Включите питание терморегулятора клавишей, помеченной красным кружком на рис. 4.1, и питание микроконтроллера клавишей, помеченной синим кружком. На табло терморегулятора высветится значение

температуры печки и значение 170 °C, стабилизируемое в конце нагрева. На блоке управления токами магнита и образца начнут мигать светодиоды. Свечение зеленого светодиода соответствует положительной полярности тока, а желтого — отрицательной.

- Запустите программу управления терморегулятором TRM210, иконка которой  находится вверху рабочего стола. Закрепите на рабочем столе ее окно, показанное на рис. 5.1. Для этого нажмите иконку со стрелкой вверх на панели задач рабочего стола, запустите приложение Turbotop и в выпадающем меню выберите программу TRM210.

- Запустите измерительную программу Hall, иконка которой  находится вверху рабочего стола. Чтобы полностью развернуть ее окно, после запуска нажмите на белую прямоугольную иконку, как показано на рис. 5.2.

- Нажмите кнопку Start измерительной программы. На табло измерений в ее окне, показанном на рис. 5.3, начнется отсчет времени и индикация значений измеряемых величин. Счетчик измерений станет увеличиваться.

- Проверьте правильность подключения измерительных приборов. Мультиметры Keithley 2110 и табло измерений программы имеют маркировку, соответствующую измеряемой величине:

  – мультиметр, помеченный буквой «T», и вторая строчка табло должны показывать температуру с градусах Цельсия;

  – мультиметр, помеченный буквой «I», и третья строчка табло должны показывать ток магнита в амперах, близкий к нулю на этом этапе;

  – мультиметр, помеченный буквой «U», и четвертая строчка табло должны показывать напряжение на холловских контактах. Прибор измеряет его в милливольтах, а на табло оно выводится в микровольтах;

  – мультиметр, помеченный буквой «R», и вторая строчка табло должны показывать сопротивление образца в омах.

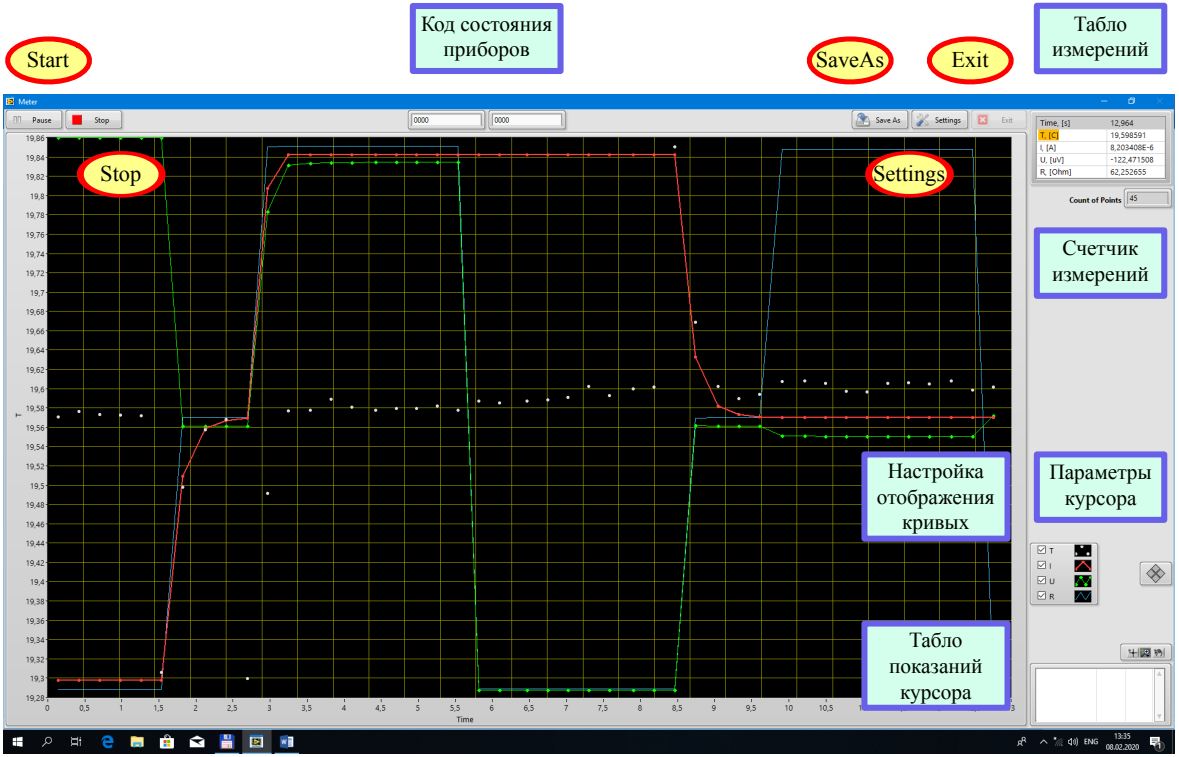

Рис. 5.3. Рабочее окно измерительной программы. Табло кода состояния приборов в данных измерениях не используется. Назначение управляющих кнопок описано в тексте. Назначение остальных ресурсов следует из их названия

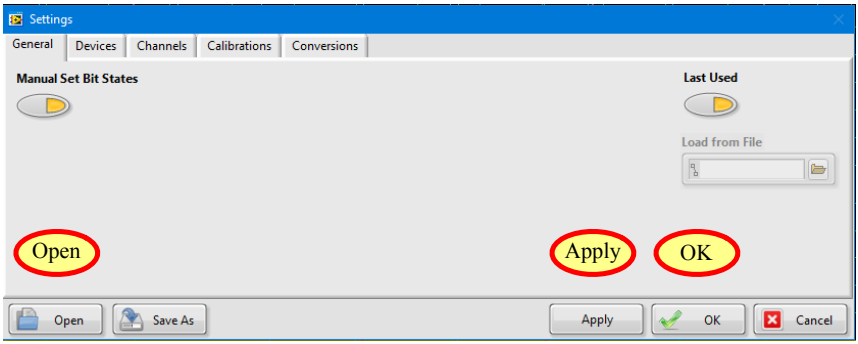

Рис. 5.4. Окно настройки измерений. Назначение меню описано в приложении. Кнопки Open, Apply и SaveAs позволяют загрузить ранее созданную конфигурацию, применить ее настройки, а также сохранить текущую конфигурацию в специальном файле. Настройки автоматически сохраняются в файле default.cfg при закрытии измерительной программы и загружаются при ее следующем запуске

Внимание **!**	Не меняйте самостоятельно настройки измерений! Неправильные настройки приведут к получению данных, непригодных для дальнейшего анализа.

Если показания приборов и табло не соответствуют указанным, вызовите меню настроек и загрузите конфигурацию измерений, хранящуюся в файле Hall.cfg. Для этого нажмите кнопку Settings и в открывшемся окне настроек, показанном на рис. 5.4, нажав кнопку Open, загрузите конфигурационный файл. После чего нажмите кнопку Apply, убедившись в правильности показаний приборов, закройте меню настроек, нажав кнопу OK.

- Нажмите кнопку Stop измерительной программы. В открывшемся меню отредактируйте паспорт измерения, занеся в него дату измерений, фамилии и номер(а) группы коллектива, выполняющего лабораторную работу. Сохраните его в файл, имя которого должно содержать номер(а) группы. При записи файл автоматически получит расширение dat.

- Включите питание нагревателя печи кнопкой ON/OFF на передней панели источника питания, маркированного буквой «T» (СИП2 на

рис. 4.1). На его табло должны появиться значения напряжения 24,0 В и тока 0 А.

- Включите питание магнита кнопкой ON/OFF на передней панели источника питания, маркированного буквой «I» (СИП1 на рис. 4.1). На его табло должны появиться значения напряжения ~ 24,0 В и тока ~ 3,0 А.[5]

Внимание **!**	Подключайте питание нагревателя и магнита только при включенном терморегуляторе и микроконтроллере! Неправильный порядок подключения может вывести из строя ключи, коммутирующие питание нагревателя и магнита.

5.2 Проведение измерений

- Запустите развертку температуры. Для этого переключитесь в программу управления терморегулятора и нажмите клавишу Пуск. При этом стрелка индикатора тока нагревателя начнет слегка подрагивать вблизи нуля. Если при запуске программы появляется сообщение, что связь с терморегулятором не установлена, последовательно изменяя номер COM-порта и вновь запуская программу, добейтесь запуска температурной развертки.

- Переключитесь в измерительную программу и, нажав кнопку Start, начните измерение. Его длительность слегка изменяется в зависимости от температуры, при которой оно начинается. Для начальной температуры 20 °C, скорости развертки 1 град/мин и конечной температуры 200 °C измерение занимает около 3-х ч.

- Убедившись по изменению показаний температуры печи и периодическому отклонению стрелки тока нагревателя, что нагрев начался,

[5] Если ток магнита равен нулю, значит при выключении измерительной программы запомнилось состояние с разомкнутой цепью магнита (оба светодиода на панели «Магнитное поле» погашены). В этом случае запустите измерительную программу еще раз (Start) и остановите ее (Stop), когда один из светодиодов будет гореть.

нажмите кнопку SaveAs. При необходимости отредактируйте паспорт измерений и имя файла, в который будут записываться его результаты, либо дайте согласие на перезапись файла.

Достигнув конечную температуру развертки 170 °C, терморегулятор начнет стабилизировать ее, при этом температура образца должна составлять примерно 200 °C. В этих условиях измерение нужно остановить, записать полученные данные и выключить аппаратуру.

- Нажмите кнопку Stop измерительной программы, или клавишу Escape клавиатуры. Измерение остановится, а его результаты будут автоматически записаны в файл, имя которого задано при выполнении действий SaveAs.

Важное замечание. Многофункциональная измерительная программа для проведения тестирования оборудования и отладки режимов его работы позволяет оператору приостанавливать измерения на некоторое время и вновь возобновлять их. При нажатии кнопка Start преобразуется в кнопку Pause (ср., например, рис. 5.2 и 5.3), которая при еще одном нажатии становится кнопкой Continue. Останавливать и возобновлять измерения можно многократно, при этом данные всех этапов измерений записываются в общий файл, структура которого усложняется. ***При выполнении лабораторной работы использовать функцию временной приостановки и возобновления измерений нельзя***, так как пауза в регистрации показаний приборов не останавливает температурную развертку, которую осуществляет терморегулятор, работающий автономно. Вдобавок к этому, программа последующей обработки данных не может работать с файлами, обладающими сложной структурой.

5.3 Завершение работы

- Перейдите в программу управления терморегулятором, нажмите кнопку Стоп, а затем закройте окно этой программы, нажав Выход.
- Отключите питание магнита и нагревателя, нажав кнопки ON/OFF на передней панели источников питания. Сами источники оставьте во включенном состоянии.
- Выключите измерительную программу, как показано на рис. 5.5.

- Выключите питание мультиметров, отжав кнопки POWER, на их лицевых панелях.
- Выключите питание терморегулятора и микроконтроллера клавишами, помеченными красным и синим кружками на рис. 4.1.
- Скопируйте себе файл с данными выполненных измерений, находящийся в папке `d:\Laboratory\HallEffect`, а также программу обработки Hall.exe (Hall для Linux) из папки `Programs`.

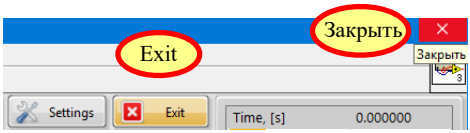

Рис. 5.5. Для завершения работы измерительной программы нажмите кнопку Exit и закройте ее окно

6 Обработка результатов измерений

Обработайте файл данных, созданный измерительной программой. Для этого поместите программу Hall.exe (Hall в Linux) в папку с файлом, откройте командный терминал (окно DOS), вызовите программу из командной строки, указав ей имя файла, например,

```
Hall.exe          MyDataFile.dat.
```

В результате такой обработки будет создан файл TRUE_MyDataFile.dat, содержащий температурные зависимости удельного сопротивления, коэффициента Холла и термоэдс, а также величину магнитного поля, в котором регистрировались сигналы. В его заголовке приведены использованные в расчетах параметры магнита и образца. При необходимости параметры можно скорректировать, а также создать дополнительные файлы с данными о компонентах сигналов, полученных при разных направлениях токов магнита и образца, которые используются в расчетах, для чего нужно запустить программу без файла и получить подсказку о ключах, позволяющих это сделать.

Приведем пример содержания генерируемого файла.

```
Date and time:                    2020:01:28:17:47:29:499
Sample thickness:                              0.5000  [mm]
Current-to-field coefficient:                   653.3 [G/A]
Resistance-to-resistivity coefficient:         0.0570  [cm]

 T(K)     RH(Ohm m/T)  Rho_0 (Ohm m) Rho_B   TEP(uV)    B(T)
293.57     0.008310     0.031032   0.031450    0.023    0.1963
293.66     0.008308     0.031043   0.031460    0.239    0.1963
 ................
```

Его первая колонка содержит температуру в градусах Кельвина, вторая — холловское сопротивление R_H в Ом·м/Тл, третья и четвертая — удельное сопротивление в Ом·м, измеренное соответственно в нулевом и приложенном поле, пятая — напряжение термоэдс V_T на холловских контактах в мкВ, а шестая — величину приложенного поля в Тл.

Постройте экспериментальные зависимости $R_H(T)$, $\rho(T)$, $R_m(T)$ согласно (16) в процентах и $V_T(T)$. Пример кривых приведен на рис. 1.4, 1.5 и 2.1. На зависимостях могут наблюдаться шумы в виде сильно локализованных осцилляций — гличей, хорошо заметных на кривой $R_H(T)$ на правой панели рис. 1.4. Они связаны со сложностью выделения и сшивки сигналов. Отметим, что их амплитуда может быть очень велика, особенно на кривой $V_T(T)$ (рис. 2.1), тем не менее ввиду большого числа экспериментальных точек гличи хорошо локализованы по температуре и потому не влияют на результаты дальнейшей обработки данных.

Распечатайте таблицы, приведенные на последней странице, чтобы записывать в них значения параметров полупроводника, получаемые в ходе обработки данных.

1. Постройте температурную зависимость $R_H/r\rho$ (19) в двойных логарифмических координатах, как показано на рис. 6.1. В диапазоне температур $T < 320$ K подгоните ее функцией $\mu_p^* \cdot (300/T)^{\beta_p}$. Варьируя параметры μ_p^* и β_p, определите показатель степени и подвижность дырок при $T = 300$ K и занесите полученные значения в таблицу.

2. Постройте зависимость (17)

$$F_\mu = \frac{4}{3\sqrt{\pi}B}\sqrt{1 - \frac{\rho(0)}{\rho(B)} + \left(\frac{R_H B}{\rho(B)}\right)^2}$$

в двойных логарифмических координатах, как показано на рис. 6.1, и подгоните ее функцией (18)

$$F_\mu = \begin{cases} \mu_{pl} = \mu_{pl} \cdot (300/T)^{\beta_{pl}}, & p \gg n, \\ \mu_n \sqrt{\dfrac{1 + (\mu_n/\mu_p)^3}{(\mu_n/\mu_p)^3 + (\mu_n/\mu_p)^2}} \simeq \text{const} \cdot \mu_n \simeq a \,/\, T^{\beta_n}, & p \simeq n, \end{cases}$$

- при $T \lesssim 370$ K, варьируя параметры μ_{pl} и β_{pl},
- при $T \gtrsim 380$ K, варьируя параметры a и β_n.

Занесите полученные значения μ_{pl}, β_{pl} и β_n в таблицы.

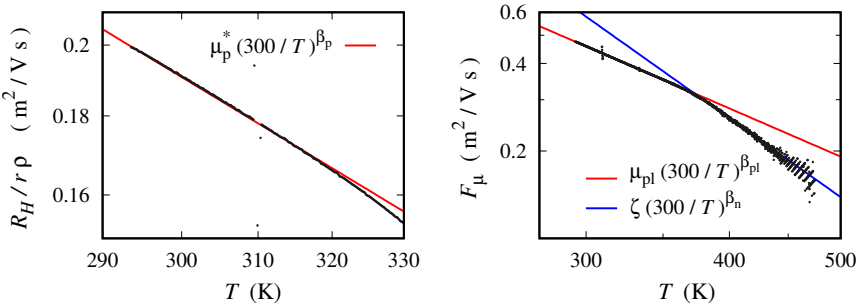

Рис. 6.1. Определение температурных зависимостей подвижности носителей подгонкой экспериментальных данных функциями $\mu \cdot (300/T)^\beta$

Параметр a представляет собой подвижность электронов, умноженную на неизвестный коэффициент, поэтому значение μ_n определяется в дальнейшем анализе температурного поведения коэффициента Холла.

При комнатной температуре и ниже, когда концентрация электронов пренебрежимо мала по сравнению с концентрацией дырок, равной концентрации заряженной примеси, зависимость $R_H(T)$ имеет вид

$$R_H \simeq \frac{r}{ep} = \frac{r}{eN_a^-} = \frac{r}{2en_i^* f_a(T)}, \tag{27}$$

где $f_a(T)$ определяется выражением (15).

3. Постройте зависимость $R_H(T)$ и, экстраполируя ее поведение вблизи комнатной температуры в более низкие температуры, как показано на рис. 6.2, варьируя параметр c, подгоните ее, функцией (27), которую с учетом (15) можно представить в виде

$$R_H = \frac{r}{4en_i^* c}\left(1 + \sqrt{1 + 0{,}338c \cdot T^{-3/2} \exp\frac{1741}{T}}\right).$$

Из полученного значения c рассчитайте концентрацию легирующей примеси $N_a = n_i^* c$. Занесите оба значения в таблицу.

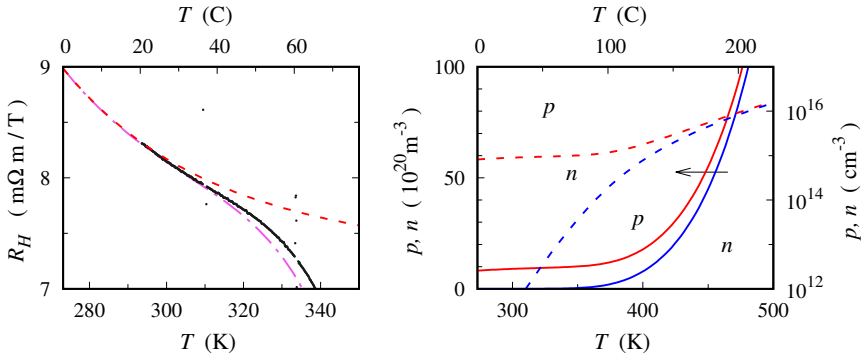

Рис. 6.2. Слева: подгонка зависимости $R_H(T)$ (непрерывная кривая) функцией (27) (пунктир) в области низких температур. Штрихпунктирной линией показана аппроксимация зависимости $R_H(T)$ функцией (28) в конце обработки экспериментальных данных. Справа: температурные зависимости концентрации электронов (синие кривые) и дырок (красные кривые), построенные из (13) и (14)

4. Для найденного параметра c постройте температурные зависимости концентрации носителей

$$p = n_i^*\left(f_a + \sqrt{f_a^2 + f_i^2}\right),$$
$$n = n_i^* f_i^2\left(f_a + \sqrt{f_a^2 + f_i^2}\right)^{-1},$$

где зависимости $f_i(T)$ и $f_a(T)$ описываются выражениями (10) и (15). Пример кривых приведен на рис. 6.2.

5. Воспользовавшись значениями $f_i = 1$, $f_a = 2c \,/\, \left(1+\sqrt{1+2{,}16\cdot 10^{-2}c}\right)$ при $T = 300$ K и $f_i \simeq 284$, $f_a = 2c \,/\, \left(1+\sqrt{1+1{,}7\cdot 10^{-3}c}\right)$ при $T = 450$ K, оцените концентрации электронов и дырок для этих температур. Занесите вычисленные значения в таблицы.

Выше комнатной температуры на поведение $R_H(T)$ влияет появление собственных электронов и дырок, концентрация которых растет с нагревом. В связи с этим коэффициент Холла, положительный при комнатной температуре, становится отрицательным при нагреве.

Для дальнейшего анализа перепишем температурную зависимость коэффициента Холла (6) в виде

$$R_H = \frac{r}{e}\frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{(p\mu_p + n\mu_n)^2} = \frac{r}{en}\frac{p/n - \left(\mu_n/\mu_p\right)^2}{\left[p/n + \mu_n/\mu_p\right]^2}, \tag{28}$$

$$\frac{p}{n} = \left[\frac{f_a}{f_i} + \sqrt{1+\left(\frac{f_a}{f_i}\right)^2}\right]^2,$$

$$\frac{\mu_n}{\mu_p} = \frac{\mu_n^*}{\mu_p^*}\left(\frac{300}{T}\right)^{\beta_n-\beta_p}.$$

Температура T_0, при которой R_H обращается в нуль, определяется числителем выражения (28).

6. Построив экспериментальную зависимость $R_H(T)$ вблизи нуля, как показано на рис. 6.3, определите с точностью до 0,1 K температуру T_0 и занесите ее значение в таблицу.

7. Постройте функцию $p/n - \left(\mu_n/\mu_p\right)^2$, воспользовавшись ранее определенными значениями c, μ_p^*, β_p и β_n, взяв в качестве стартового значения $\mu_n^* = = 0{,}38$ м^2/В·с. Затем, варьируя значение μ_n^*, добейтесь того, чтобы кривая $F_H(T)$ проходила через нуль при температуре T_0 (см. рис. 6.3).

8. Воспользовавшись значениями всех ранее определенных параметров, постройте температурные зависимости коэффициента Холла (28) и удельного сопротивления (5), сравните их с измеренными кривыми. Примеры кривых приведены на рис. 6.4.

9. Добавьте зависимость (28) к кривым, построенным в п. 3.

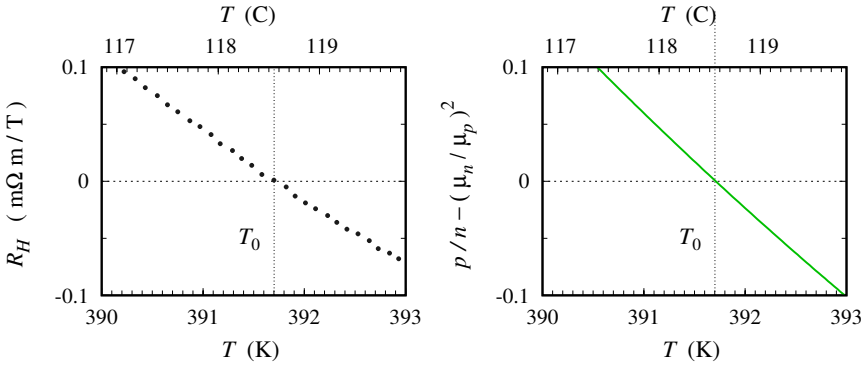

Рис. 6.3. Слева: определение температуры T_0, соответствующей нулевому значению коэффициента Холла. Справа: подгонка температуры обращения в нуль функции $F(T)$ при варьировании подвижности электронов μ_n^*

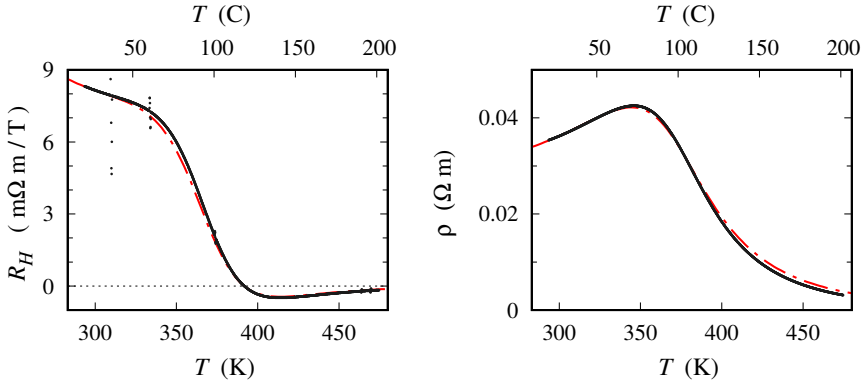

Рис. 6.4. Подгонка температурных зависимостей коэффициента Холла (слева) и удельного сопротивления образца (справа), измеренного в нулевом поле. Штрихпунктирные кривые вычислены из выражений (28) и (5) с использованием параметров, полученных подгонкой экспериментальных данных

10. Для полученных параметров оцените проводимость дырок, $\sigma_p = ep\mu_p$, и электронов, $\sigma_n = en\mu_n$, при температурах 300 и 450 К при 450 К.

В области высоких температур концентрации электронов и дырок ста-

новятся близки и примерно равны концентрации собственных носителей, $p \simeq n \simeq n_i$. В этом случае параметр Холла становится равен

$$R_H = \frac{r}{en_i(T)} \frac{\mu_n/\mu_p - 1}{\mu_n/\mu_p + 1}, \tag{29}$$

и его температурная зависимость позволяет оценить ширину запрещенной зоны полупроводника. Так как подвижность электронов выше подвижности дырок, отношение $(\mu_n/\mu_p - 1)/(\mu_n/\mu_p + 1)$ в области собственной проводимости отрицательно, поэтому $R_H < 0$. Из температурной зависимости $n_i(T)$ (8) с учетом температурной зависимости ширины запрещенной зоны (9) получим

$$|R_H T^{3/2}| \simeq \frac{r}{712en_i^*} \frac{\mu_n/\mu_p - 1}{\mu_n/\mu_p + 1} \exp\left(\frac{E_g^* - 300\text{K}dE_g/dT}{2kT}\right).$$

11. Постройте зависимость $\ln|R_H T^{3/2}|$ от A/T, где $A = 1\text{эВ}/2k = 5802$, и определите диапазон температур, в котором ее наклон положителен.

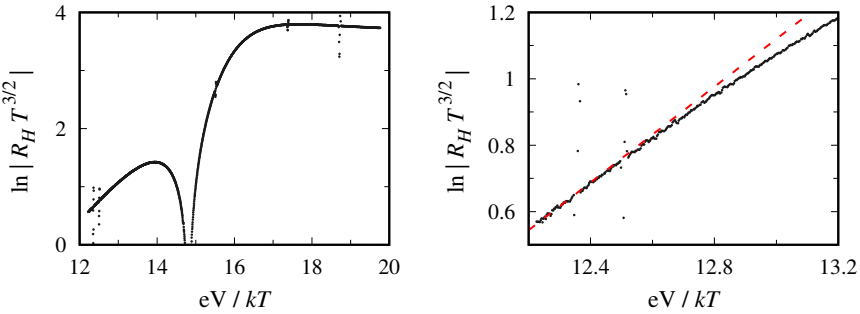

Рис. 6.5. Зависимости $\ln|R_H T^{3/2}|$ от A/T. Пунктирная линия — подгонка функцией $f(x) = ax + b$

Подгоните ее в этой области линейной функцией $f(x) = ax + b$, варьируя параметры a и b.[6]. Так как в измерениях лабораторной работы диапазон температур ограничен сверху величиной 200° C, концентрации

[6]Считаем b константой, пренебрегая очень слабой температурной зависимостью функции $\ln[(\mu_n/\mu_p - 1)/(\mu_n/\mu_p + 1)]$

носителей не достигают величины n_i, поэтому подгоночную прямую нужно строить в виде касательной к экспериментальной зависимости, экстраполируя ее в область высоких температур, как показано на рис. на рис. 6.5.

Из полученного значения $a = E_g - 300\text{K}dE_g/dT$ оцените ширину запрещенной зоны германия при комнатной температуре E_g, учитывая, что в заданных координатах a имеет размерность энергии, выраженной в эВ. Занесите полученное значение в таблицу.

12. Постройте температурную зависимость напряжения термоэдс V_T. Пример кривой приведен на рис.2.1. Для $T = 450$ K из значений E_g^* и dE_g/dt рассчитайте ширину запрещенной зоны, а затем из полученных значений μ_n и μ_p оцените коэффициент дифференциальной термоэдс

$$\alpha \simeq -\frac{k}{e}\left[2 + \ln\left(\frac{E_g}{2kT}\right)\right]\frac{\mu_n/\mu_p - 1}{\mu_n/\mu_p + 1}$$

и температурный градиент $\nabla T \simeq V_T/\alpha W$, возникающий между потенциальными контактами образца. Занесите полученные значения в таблицу.

Контрольные вопросы

1. Каков механизм электропроводности в полупроводниках?
2. Что такое «дырка»?
3. Чем отличается собственный полупроводник от легированного?
4. Чем определяется температурная зависимость электропроводности полупроводников?
5. Объясните явление Холла и его температурную зависимость.
6. Как можно экспериментально определить тип проводимости полупроводника?
7. Какова температурная зависимость подвижности носителей тока в полупроводниках?

8. Что такое магнетосопротивление?

9. Какие побочные эффекты наблюдаются при измерении эффекта Холла, какова их природа, и как на их фоне выделяется измеряемый сигнал?

10. Чем ограничена точность определения ширины запрещенной зоны на используемой экспериментальной установке?

Заключение

Современная измерительная техника, автоматизация измерений и компьютерная обработка их результатов позволяют проводить комплексные исследования нескольких физических параметров в ходе одного эксперимента. Примером этого является описанная лабораторная работа, в которой за счет сложной организации измерительного процесса при относительно небольшой длительности эксперимента удается получить набор данных, позволяющий практически полностью охарактеризовать транспортные свойства полупроводника. Большую роль в этом играют тщательно подобранные параметры образца, позволяющие наблюдать переход от примесной к собственной проводимости, совершающийся вблизи комнатной температуры.

Физика изучаемых процессов и методы их исследования подробно обсуждены в основной части описания лабораторной работы. В приложении А приведены настройки приборов, регистрирующих измеряемые величины. Приложение В содержит код программы, служащей для выделения экспериментальных данных из показаний измерительной аппаратуры. Из электронного описания работы его можно скопировать в текстовый редактор, записать в обычный текстовый файл, а затем оттранслировать, используя компилятор Fortran, и получить в результате рабочую программу. Чтобы обеспечить такую возможность, в приложении В отсутствует нумерация страниц.

На последней странице приведены физические константы и параметры образца, необходимые для обработки экспериментальных данных, а также таблицы, в которые следует занести полученные результаты.

Данные для расчетов:

1 эВ = 11604 К, $n_i^* = 1{,}75 \cdot 10^{19}$ м$^{-3}$,
$k/e = 86{,}18$ мкВ/К, $E_g^* = 0{,}665$ эВ,
$r = 3\pi/8$, $dE_g/dT = -3{,}9 \cdot 10^{-4}$ эВ/К.

Размеры образца: $h = 0{,}5$ мм, $W = 4{,}6$ мм, $L = 4$ мм.

Дата измерений _____ Дата сдачи работы _____ Группа _____

Студенты _____

Результаты обработки экспериментальных данных

Дырки

μ_p^*, м^2/В · c	β_p	p(300), 10^{20}м$^{-3}$	σ_p(300), Ом$^{-1}$м$^{-1}$	μ_p(450), м^2/В · c	p(450), 10^{20}м$^{-3}$	σ_p(450), Ом$^{-1}$м$^{-1}$

Электроны

μ_n^*, м^2/В · c	β_n	n(300), 10^{20}м$^{-3}$	σ_n(300), Ом$^{-1}$м$^{-1}$	μ_n(450), м^2/В · c	n(450), 10^{20}м$^{-3}$	σ_n(450), Ом$^{-1}$м$^{-1}$

c, N_a, T_0, E_g, магнетосопротивление, термоэдс

N_a, 10^{20}м$^{-3}$	c	T_0, К	E_g, эВ	μ_{pl}, м^2/В · c	β_{pl}	∇T(450), К/см

Список литературы

1. Зеегер К. Физика полупроводников. — М.: Мир, 1977. — С. 615.
2. Бонч-Бруевич В.Л., Калашников С.Г. Физика полупроводников. — 2-е изд. — М.: Наука, 1990. — С. 685.
3. Шалимова К.В. Физика полупроводников. — 4 изд. — СПб.– М.– Краснодар: Лань, 2010. — С. 400.
4. Лебедев А.И. Физика полупроводниковых приборов. — М.: Физматлит, 2008. — С. 488.
5. Киреев П.С. Физика полупроводников. — М.: Высшая школа, 1975. — С. 584.
6. Физические величины / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова — М.: Энергоатомиздат, 1991. — С. 1231.
7. Смит Р. Полупроводники. — М.: Мир, 1982. — С. 560.
8. Кучис Е.В. Гальваномагнитные явления и методы их исследования. — М.: Радио и связь, 1990. — С. 264.

Приложение А

Конфигурация приборов

Конфигурация регистрации измеряемых величин приводится для справки. Так как она согласована с программой обработки данных, изменять ее нельзя.

На рис. А.6 – А.10 показаны окна меню Settings измерительной программы: слева — окно подключения прибора, справа — окно настройки вывода измеряемой величины. Значения величин регистрируются в зависимости от времени, отсчитываемого со старта измерений.

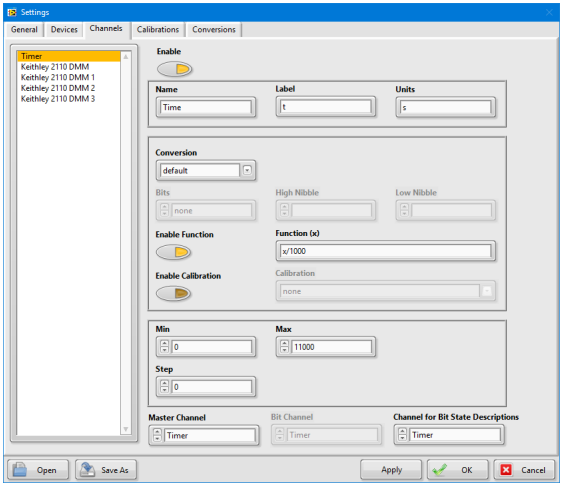

Рис. А.6. Конфигурация таймера. Системное время, получаемое непосредственно от компьютера в миллисекундах, пересчитывается в секунды

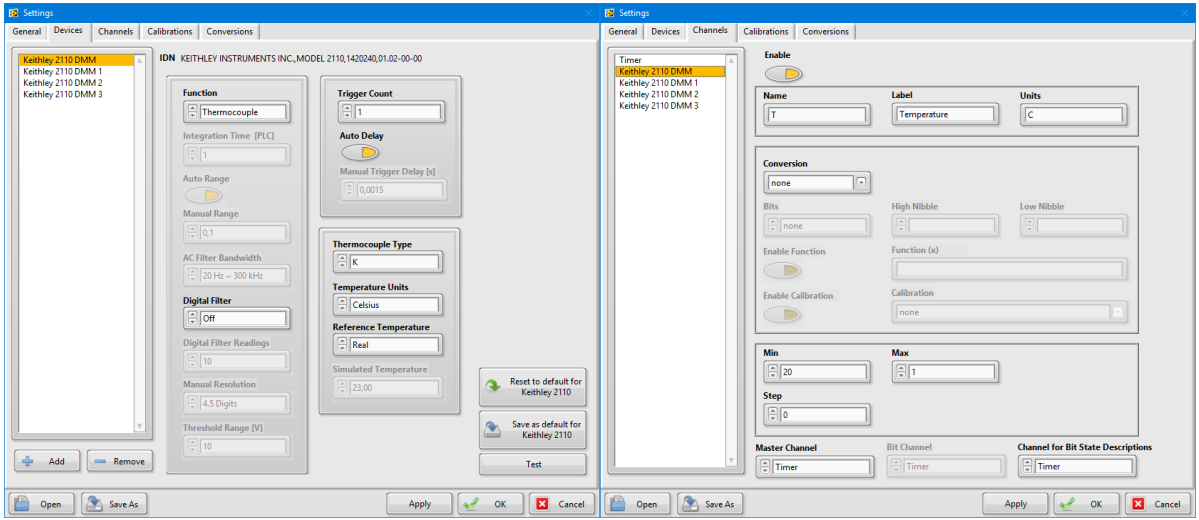

Рис. А.7. Конфигурация регистрации температуры держателя образца. Температура измеряется в градусах Цельсия. Ее значение на измерительных концах термопары автоматически учитывается мультиметром

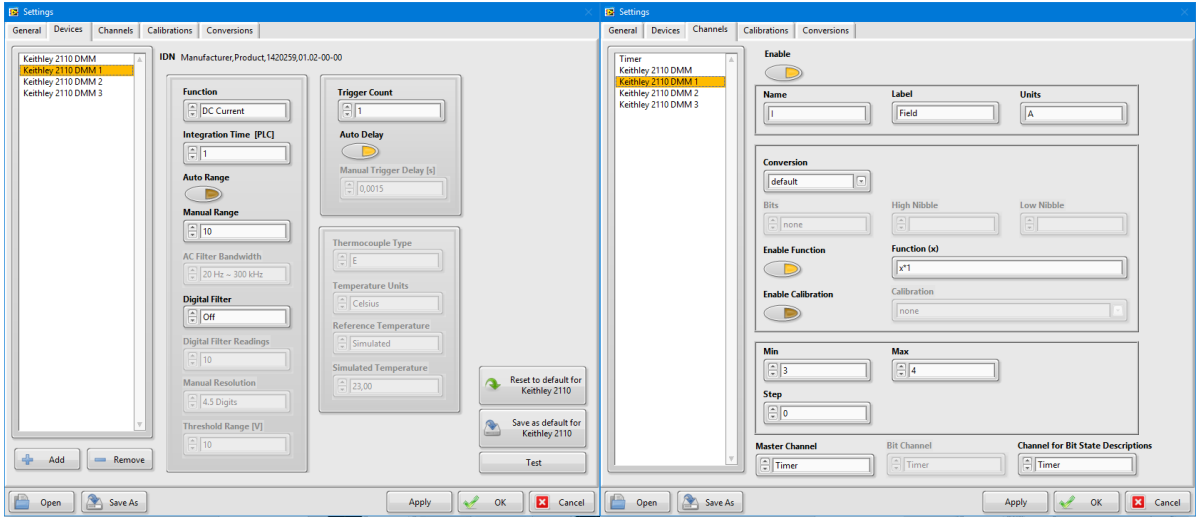

Рис. А.8. Конфигурация регистрации тока питания магнита. Ток измеряется в амперах

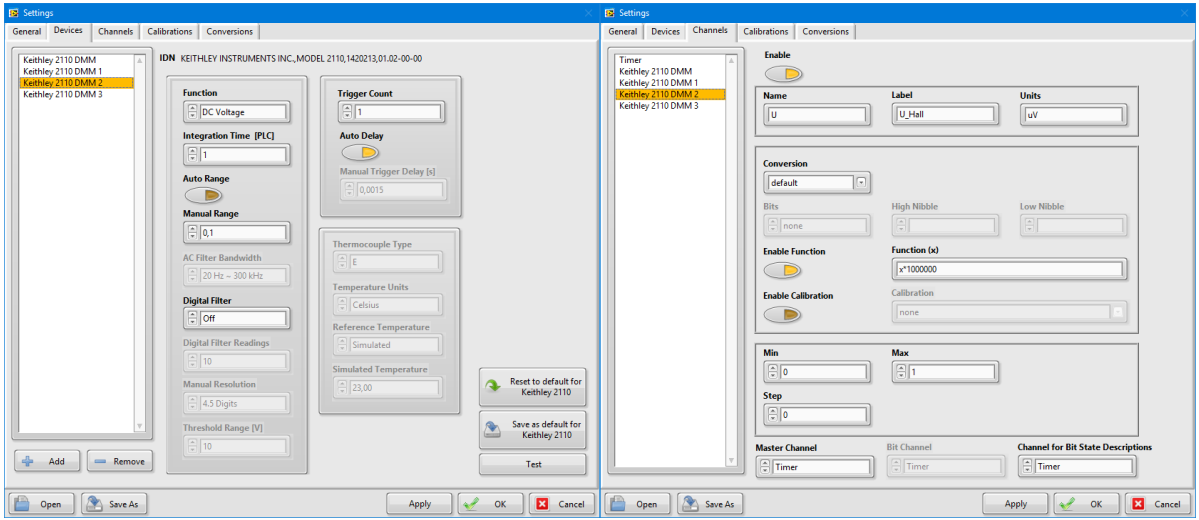

Рис. А.9. Конфигурация регистрации напряжения на холловских контактах образца. Напряжение, измеряемое в вольтах, пересчитывается в микровольты

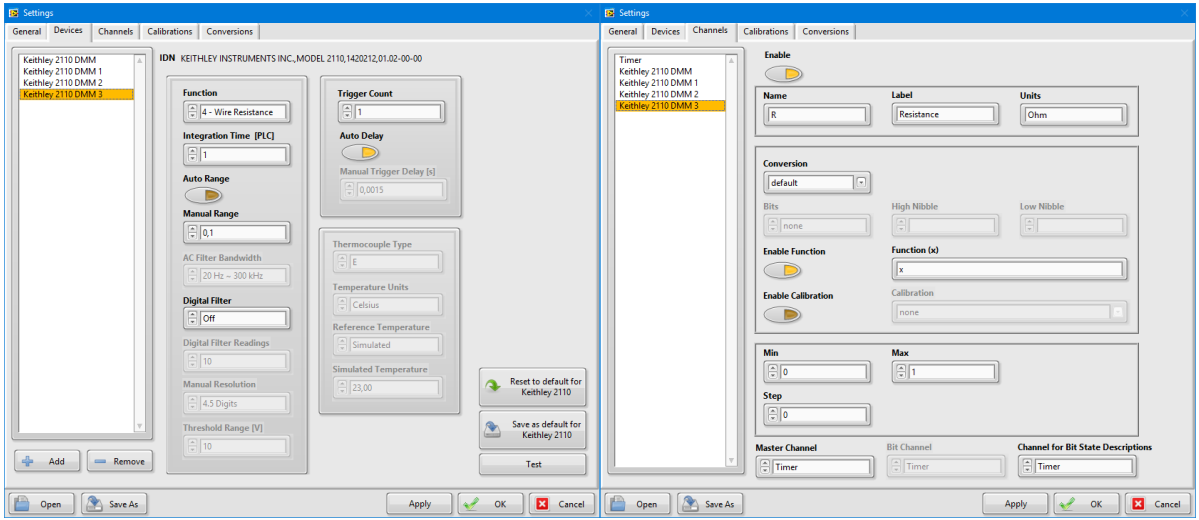

Рис. А.10. Конфигурация регистрации сопротивления образца. Сопротивление измеряется в омах четырехконтактным методом на токе 1 мА

Приложение B

Программа обработки данных

```
program main

implicit real(8) (a-h,o-z)
real(8) :: NaN=0d0, I2B=6.533d-2, ZeroI=0.005, thickness=5.0d-4
real(8) :: Celsius=273.15, R2Rho=1.14*5.0d-4

character symb
logical :: SaveAll=.FALSE.
character (len=256) :: InputFile, prefix, title
integer :: Nstart, Nstop, Nstart2, Nstop2, Ntot

real(8), dimension (:), allocatable :: buf,time,Temp,Cur
real(8), dimension (:), allocatable :: U,UPP,UPM,UMP,UMM,UP0,UM0
real(8), dimension (:), allocatable :: R,RPP,RPM,RMP,RMM,RP0,RM0
integer, dimension (:), allocatable :: ind

!******************** Get keys and data-file name ****************
call ProcessCommandArguments

NaN=NaN/NaN ! Define undefined value

!******************** Get number of data points ******************
open(1,file=InputFile)
do
```

```
    read(1,*),symb
    if(ichar(symb).ne.ichar('%')) exit
end do
Ntot=-1
do
    Ntot=Ntot+1
    read(1,*,end=3),f1,f2,f3,f4,f5
end do
3  close(1)

print*,''
print*,'Number of data points: ',Ntot
write(*,'(A,F6.4,A)') ' Sample thickness: ', thickness*1d3, ' [mm]'
write(*,'(A,F6.1,A)') ' Current-to-field coefficient: ', I2B*1d4, ' [G/A]'
write(*,'(A,F6.4,A)') ' Resistance-to-resistivity coefficient: ', R2Rho*1d2, ' [cm]'
print*,''

!********************* Load data ***************************
allocate(buf(Ntot),time(Ntot),ind(Ntot),Temp(Ntot),Cur(Ntot),U(Ntot),R(Ntot))
allocate(RPP(Ntot),RPM(Ntot),RMP(Ntot),RMM(Ntot),RP0(Ntot),RM0(Ntot))
allocate(UPP(Ntot),UPM(Ntot),UMP(Ntot),UMM(Ntot),UP0(Ntot),UM0(Ntot))

open(1,file=InputFile)
do
    read(1,*),symb
    if(ichar(symb).ne.ichar('%')) exit
end do
do i=1,Ntot
    read(1,*),time(i),Temp(i),Cur(i),U(i),R(i)
```

```
end do
close(1)

!********************* Data filtration *********************
delta=1.d-3
buf=Cur
do i=1,Ntot ! Mark data obtained during change current in magnet.
    if(abs(buf(i))>=ZeroI) then
        if(i==Ntot) exit
        dC=dabs(buf(i+1)-buf(i))/(dabs(buf(i+1))+dabs(buf(i)))
        if(dC>delta) then ! Field changes. Make measured values undefined.
            Cur(i)=NaN ; Temp(i)=NaN ; R(i)=NaN; U(i)=NaN
            Cur(i+1)=NaN ; Temp(i+1)=NaN ; R(i+1)=NaN ; U(i+1)=NaN
            if(i+1==Ntot) exit
        end if
    end if
end do

!****************** Extrapolate undefined temperature ***************
buf=Temp ; call FitCurve ; Temp=buf

!******************* Zero field: I>0 data treatment *****************
RP0=R ; UP0=U
do i=1,Ntot ! Mark data obtained for I<0.
    if(abs(Cur(i))<=ZeroI.AND.R(i)>0.) cycle
    RP0(i)=NaN ; UP0(i)=NaN
end do
buf=RP0 ; call FitCurve ; RP0=buf ! Extrapolate undefined data.
buf=UP0 ; call FitCurve ; UP0=buf ! Extrapolate undefined data.
```

```
!****************** Zero field: I<0 data treatment *****************
RM0=R ; UM0=U
do i=1,Ntot ! Mark data obtained for I>0.
    if(abs(Cur(i))<=ZeroI.AND.R(i)<0.) cycle
    RM0(i)=NaN ; UM0(i)=NaN
end do
buf=RM0 ; call FitCurve ; RM0=buf ! Extrapolate undefined data.
buf=UM0 ; call FitCurve ; UM0=buf ! Extrapolate undefined data.

!*************** Positive field: I>0 data treatment *****************
RPP=R ; UPP=U
do i=1,Ntot ! Mark data obtained for I<0.
    if(Cur(i)>ZeroI.AND.R(i)>0.) cycle
    RPP(i)=NaN ; UPP(i)=NaN
end do
buf=RPP ; call FitCurve ; RPP=buf ! Extrapolate undefined data.
buf=UPP ; call FitCurve ; UPP=buf ! Extrapolate undefined data.
!*************** Positive field: I<0 data treatment *****************
RPM=R ; UPM=U
do i=1,Ntot ! Mark data obtained for I>0.
    if(Cur(i)>ZeroI.AND.R(i)<0.) cycle
    RPM(i)=NaN ; UPM(i)=NaN
end do
! Extrapolate undefined data.
buf=RPM ; call FitCurve ; RPM=buf ! Extrapolate undefined data.
buf=UPM ; call FitCurve ; UPM=buf ! Extrapolate undefined data.

!*************** Negative field: I>0 data treatment *****************
RMP=R ; UMP=U
```

```
do i=1,Ntot
    if(Cur(i)<-ZeroI.AND.R(i)>0.) cycle
    RMP(i)=NaN ; UMP(i)=NaN ! Mark data obtained for I<0.
end do
buf=RMP ; call FitCurve ; RMP=buf ! Extrapolate undefined data.
buf=UMP ; call FitCurve ; UMP=buf ! Extrapolate undefined data.
!*************** Negative field: I<0 data treatment ******************
RMM=R ; UMM=U
do i=1,Ntot
    if(Cur(i)<-ZeroI.AND.R(i)<0.) cycle
    RMM(i)=NaN ; UMM(i)=NaN ! Make undefined data obtained for I>0.
end do
buf=RMM ; call FitCurve ; RMM=buf ! Extrapolate undefined data.
buf=UMM ; call FitCurve ; UMM=buf ! Extrapolate undefined data.

!******************* Magnetic field extrapolation ********************
Cur=ABS(Cur)
do i=1,Ntot
    if(ISNAN(Cur(i)).OR.Cur(i)>ZeroI) cycle
    Cur(i)=NaN ! Mark zero current.
end do
buf=Cur ; call FitCurve ; Cur=buf ! Extrapolate undefined data.

!******************* Remove rest of undefined values *****************
j=0
do i=1,Ntot
a=Temp(i)+UPP(i)+UPM(i)+UMP(i)+UMM(i)+UP0(i)+UM0(i)+RPP(i)+RPM(i)+RMP(i)+RMM(i)+RP0(i)+RM0(i)
    if(ISNAN(a)) cycle ! Skip undefined data.
    j=j+1 ! Shift-up data points.
```

```
    Temp(j)=Temp(i) ; Cur(j)=Cur(i)
    RP0(j)=RP0(i) ; RM0(j)=RM0(i) ; UP0(j)=UP0(i) ; UM0(j)=UM0(i)
    UPP(j)=UPP(i) ; UPM(j)=UPM(i) ; UMP(j)=UMP(i) ; UMM(j)=UMM(i)
    RPP(j)=RPP(i) ; RPM(j)=RPM(i) ; RMP(j)=RMP(i) ; RMM(j)=RMM(i)
end do
Ntot=j ! Save new number of data points.

!************* Sort T and save sorted indices in massive *************
ind(1)=1 ; ind(2)=2
if(Temp(2)<Temp(1)) then
    ind(1)=2 ; ind(2)=1
end if
ind=1 ;
do i=3,Ntot
    if(Temp(i)>=Temp(ind(i-1))) then
        ind(i)=i ; cycle
    end if
    do j=i-1,2,-1
        if(Temp(i)>=Temp(ind(j-1))) exit
    end do
    ind(j+1:i)=ind(j:i-1)
    ind(j)=i
end do

!******************* Average data in 0.1 degree range *****************
dT=0.1 ; a=Temp(ind(1))+dT ; Nstart=1 ; Nstop2=0
do i=1,Ntot
    if(Temp(ind(i))<=a) cycle
    Nstop=i-1 ; k=Nstop-Nstart+1 ; Nstop2=Nstop2+1
```

```
    Temp(Nstop2)=SUM(Temp(ind(Nstart:Nstop)))/k
    Cur(Nstop2)=SUM(Cur(ind(Nstart:Nstop)))/k
    UPP(Nstop2)=SUM(UPP(ind(Nstart:Nstop)))/k ; UPM(Nstop2)=SUM(UPM(ind(Nstart:Nstop)))/k
    UMP(Nstop2)=SUM(UMP(ind(Nstart:Nstop)))/k ; UMM(Nstop2)=SUM(UMM(ind(Nstart:Nstop)))/k
    UPP(Nstop2)=1d-3*UPP(Nstop2) ; UPM(Nstop2)=1d-3*UPM(Nstop2) ! Convert uV -> mV
    UMP(Nstop2)=1d-3*UMP(Nstop2) ; UMM(Nstop2)=1d-3*UMM(Nstop2) ! Convert uV -> mV
    UP0(Nstop2)=SUM(UP0(ind(Nstart:Nstop)))/k ; UM0(Nstop2)=SUM(UM0(ind(Nstart:Nstop)))/k
    RPP(Nstop2)=SUM(RPP(ind(Nstart:Nstop)))/k ; RPM(Nstop2)=SUM(RPM(ind(Nstart:Nstop)))/k
    RMP(Nstop2)=SUM(RMP(ind(Nstart:Nstop)))/k ; RMM(Nstop2)=SUM(RMM(ind(Nstart:Nstop)))/k
    RP0(Nstop2)=SUM(RP0(ind(Nstart:Nstop)))/k ; RM0(Nstop2)=SUM(RM0(ind(Nstart:Nstop)))/k
    Nstart=i
    a=Temp(ind(i))+dT
end do

!********************* Save data and exit ************************
if(SaveAll) then
    prefix='U_'
    title=' T(C) +B+I_mV +B-I_mV -B+I_mV -B-I_mV 0+I_mV 0-I_mV IB_A'
    call SaveData(1)
    prefix='UH_'
    title=' T(C) +B+I_mV +B-I_mV -B+I_mV -B-I_mV 0+I_uV 0-I_uV IB_A'
    call SaveData(2)
end if
prefix='TRUE_'
title=' T(K) RH(Ohm m/T) Rho_0 (Ohm m) Rho_B TEP(uV) B(T) '
call SaveData(3)

deallocate(buf,time,ind,Temp,Cur,U,R,RPP,RPM,RMP,RMM,RP0,RM0,UPP,UPM,UMP,UMM,UP0,UM0)
contains
```

```
subroutine SaveData(Nformat)
logical :: file_exists
character (len=256) :: OutputFile
integer,dimension(8) :: values
    OutputFile=trim(prefix)//trim(InputFile)
    inquire(FILE=OutputFile, EXIST=file_exists)
    if(file_exists) then
        do i=1,100
            write (OutputFile,*) i+1
            OutputFile=trim(prefix)//'#'//trim(ADJUSTL(OutputFile))//'_'//trim(InputFile)
            inquire(FILE=OutputFile, EXIST=file_exists)
            if(.not.file_exists) exit
        end do
    end if
    open(1,file=OutputFile)
    select case (Nformat)
        case(1)
                write(1,'(A)'), trim(title)
                do i=1,Nstop2
                    write(1,1),Temp(i),RPP(i),RPM(i),RMP(i),RMM(i),RP0(i),RM0(i),Cur(i)
                end do
        case(2)
                write(1,'(A)'), trim(title)
                do i=1,Nstop2
                    write(1,2),Temp(i),UPP(i),UPM(i),UMP(i),UMM(i),UP0(i),UM0(i),Cur(i)
                end do
        case(3)
            call date_and_time(VALUES=values)
            write(1,'(A,I4,A,5(I2.2,A),I3.3)') ' Date and time: ',&
```

```
                values(1),':',values(2),':',values(3),':',&
                values(5),':',values(6),':',values(7),':',values(8)
            write(1,'(A,F6.4,A)') ' Sample thickness: ',thickness*1d3,' [mm]'
            write(1,'(A,F6.1,A)') ' Current-to-field coefficient: ',I2B*1d4,' [G/A]'
            write(1,'(A,F6.4,A)') ' Resistance-to-resistivity coefficient: ',R2Rho*1d2,' [cm]'
            write(1,'(A)'), ''
            write(1,'(A)'), trim(title)
            do i=1,Nstop2
                write(1,3),Temp(i)+Celsius, &
                    (UPP(i)-UPM(i)-UMP(i)+UMM(i))*thickness/(4*I2B*Cur(i)), &
                    (RP0(i)-RM0(i))*R2Rho/2, (RPP(i)-RPM(i)+RMP(i)-RMM(i))*R2Rho/4, &
                    (UP0(i)+UM0(i))/2, I2B*Cur(i)
            end do
    end select
    close(1)
1 format(F8.2,7F10.3)
2 format(F8.2,4F10.3,2F10.1,F10.3)
3 format(F8.2,2F12.6,F11.6,F9.3,F9.4)
end subroutine SaveData

subroutine FitCurve
implicit real(8) (a-h,o-z)
integer :: i, j, k, l, m, n
    Nstart=0 ; Nstop=0 ; Nstart2=0 ; Nstop2=0
    do i=1,Ntot
        if(ISNAN(buf(i))) then
            if(i==Ntot) call LSFit(Nstart,Nstop,Nstart2,Nstop2)
            cycle
        end if
```

```
        if(i==1) then
            Nstart=1
            Nstop=1
            cycle
        end if
        if(ISNAN(buf(i-1))) then
            if(Nstart2.NE.0) then
                call LSFit(Nstart,Nstop,Nstart2,Nstop2)
                Nstart=Nstart2
                Nstop=Nstop2
            else
                if(Nstart==0) then
                    Nstart=i
                    Nstop=i
                    cycle
                end if
            end if
            Nstart2=i
        end if
        if(Nstart2==0) then
                Nstop=i
        else
                Nstop2=i
        end if
        if(Nstop2==Ntot) call LSFit(Nstart,Nstop,Nstart2,Nstop2)
    end do
end subroutine FitCurve
```

```
subroutine LSFit(Nstart,Nstop,Nstart2,Nstop2)
implicit real(8) (a-h,o-z)
integer :: i, j, k, l, m, n
dimension tmp(3), c(3,4), x(Nstop-Nstart+Nstop2-Nstart2+2), y(Nstop-Nstart+Nstop2-Nstart2+2)
    N=Nstop-Nstart+Nstop2-Nstart2+2
    j=1
    do i=Nstart,Nstop
        x(j)=time(i) ; y(j)=buf(i) ; j=j+1
    end do
    do i=Nstart2,Nstop2
        x(j)=time(i) ; y(j)=buf(i) ; j=j+1
    end do
    Sx=SUM(x) ; Sx2=SUM(x**2) ; Sx3=SUM(x**3) ; Sx4=SUM(x**4)
    Sy=SUM(y) ; Sxy=SUM(y*x) ; Syx2=SUM(y*x**2)
    c(1,2)=Sx ; c(1,1)=N ; c(1,3)=Sx2 ; c(1,4)=Sy
    c(2,2)=Sx2 ; c(2,1)=Sx ; c(2,3)=Sx3 ; c(2,4)=Sxy
    c(3,2)=Sx3 ; c(3,1)=Sx2 ; c(3,3)=Sx4 ; c(3,4)=Syx2
    tmp=GaussMethod(c)
    a=tmp(1); b=tmp(2) ; d=tmp(3)
    do i=Nstop+1,Nstart2-1
        buf(i)=a +b*time(i) +d*time(i)**2
    end do
end subroutine LSFit

function GaussMethod(cold) result(tmp)
implicit real(8) (a-h,o-z)
integer :: i, j, k, l, m, n, jmax
dimension cold(3,4),ca(3,4),buffer(4),tmp(3)
    ca(1:3,1:4)=cold(1:3,1:4)
```

```
    do i=1,2
        amax=-1.d30
        do j=i,3   !******** Main elem. determ. **********
            if(DABS(ca(j,i))<amax) cycle
            amax=DABS(ca(j,i)) ; jmax=j
        end do
        buffer=ca(jmax,:) ; ca(jmax,:)=ca(i,:) ; ca(i,:)=buffer
        do j=i+1,3
            cm=-ca(j,i)/ca(i,i)
            if(DABS(cm)<1.d-22) cycle
            ca(j,i:4)=ca(j,i:4)+cm*ca(i,i:4)
        end do
    end do
    do i=3,2,-1
        do j=i-1,1,-1
            cm=-ca(j,i)/ca(i,i)
            if(DABS(cm)<1.d-22) cycle
            ca(j,4)=ca(j,4)+cm*ca(i,4)
        end do
    end do
    cs=1.
    do i=1,3
        tmp(i)=ca(i,4)/ca(i,i)
        cs=cs*ca(i,i)
    end do
    if(DABS(cs)<1.d-10) print*,'WARNING! det=',cs,' is small'
end function GaussMethod
```

```
subroutine ProcessCommandArguments
character(len=256) :: arg, command
logical :: file_exists
    call get_command_argument(0, command)
    if(command_argument_count()==0) call PrintHelp
    do i=1,100
        call get_command_argument(i, arg)
        if(len(trim(arg))==0) call PrintHelp
        if(index(arg,'-').ne.1) then
            InputFile=trim(arg)
            inquire(FILE=InputFile, EXIST=file_exists)
            if(file_exists) then
                exit
            else
                call PrintHelp
            end if
        elseif(index(arg,'-s')==1 .or. index(arg,'-S')==1) then
          SaveAll=.TRUE.
        elseif(index(arg,'-t')==1 .or. index(arg,'-T')==1) then
          call TuneParameters
        else
          call PrintHelp
        end if
    end do
end subroutine ProcessCommandArguments

subroutine TuneParameters
    print*,''
    write(*,'(A,F6.4,A)') ' Sample thickness: ',thickness*1d3,' [mm]'
```

```
    write(*,'(A,F6.1,A)') ' Current-to-field coefficient: ',I2B*1d4,' [G/A]'
    write(*,'(A,F6.4,A)') ' Resistance-to-resistivity coefficient: ',R2Rho*1d2,' [cm]'
10  print*,''
    print*,'Input sample thickness in [mm]. Input 0 to keep current value.'
    read*, value
        if(value>1.e-3) thickness = value*1d-3
    print*,''
    print*,'Input current-to-field coefficient in [G/A] units. Input 0 to keep current value.'
    read*, value ; if(value>1.e-6) I2B = value*1d-4
    print*,''
    print*,'Input Resistance-to-resistivity coefficient in [cm]. Input 0 to keep current value.'
    read*, value
        if(value>1.e-3) R2Rho = value*1d-2
    print*,''
    print*,'New set of parameters.'
    write(*,'(A,F6.4,A)') ' Sample thickness: ',thickness*1d3,' [mm]'
    write(*,'(A,F6.1,A)') ' Current-to-field coefficient: ',I2B*1d4,' [G/A]'
    write(*,'(A,F6.4,A)') ' Resistance-to-resistivity coefficient: ',R2Rho*1d2,' [cm]'
    print*,''
    print*,'To proceed with calculation input any non-zero number.'
    read*, value
        if(value>1.e-3) return
    GOTO 10
end subroutine TuneParameters

subroutine PrintHelp
character(len=256) :: command
    call get_command_argument(0, command)
    print*,''
```

```
    print*,'USAGE: '//trim(command)//' [-s] [-tune] data-file'
    print*,''
    print*,' -s save supplementary data.'
    print*,' -t tune sample thickness and I->B, R->rho coefficients.'
    print*,''
    if(InputFile =='') then
        print*,' Please, set data-file!'
    else
        print*,' There is no data-file with name '//trim(InputFile)//'.'
    end if
    print*,''
    stop
end subroutine PrintHelp

end program main
```

Андрей Николаевич Егоров
Алексей Владимирович Кузнецов
Артур Васильевич Литвинов
Олег Борисович Маврицкий
Алексей Игоревич Подливаев

Эффект Холла в германии, легированном золотом

Лабораторный практикум

Редактор Е.Е. Шумакова
Оригинал-макет изготовлен А.В. Кузнецовым

Подписано в печать 06.07.2020. Формат 60 × 84 1/16.
Печ. л. 4,25. Уч.-изд. л. 4,25. Тираж 100 экз.
Изд. № . Заказ № .

Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ».
Типография НИЯУ МИФИ.
115409, Москва, Каширское ш., 31.